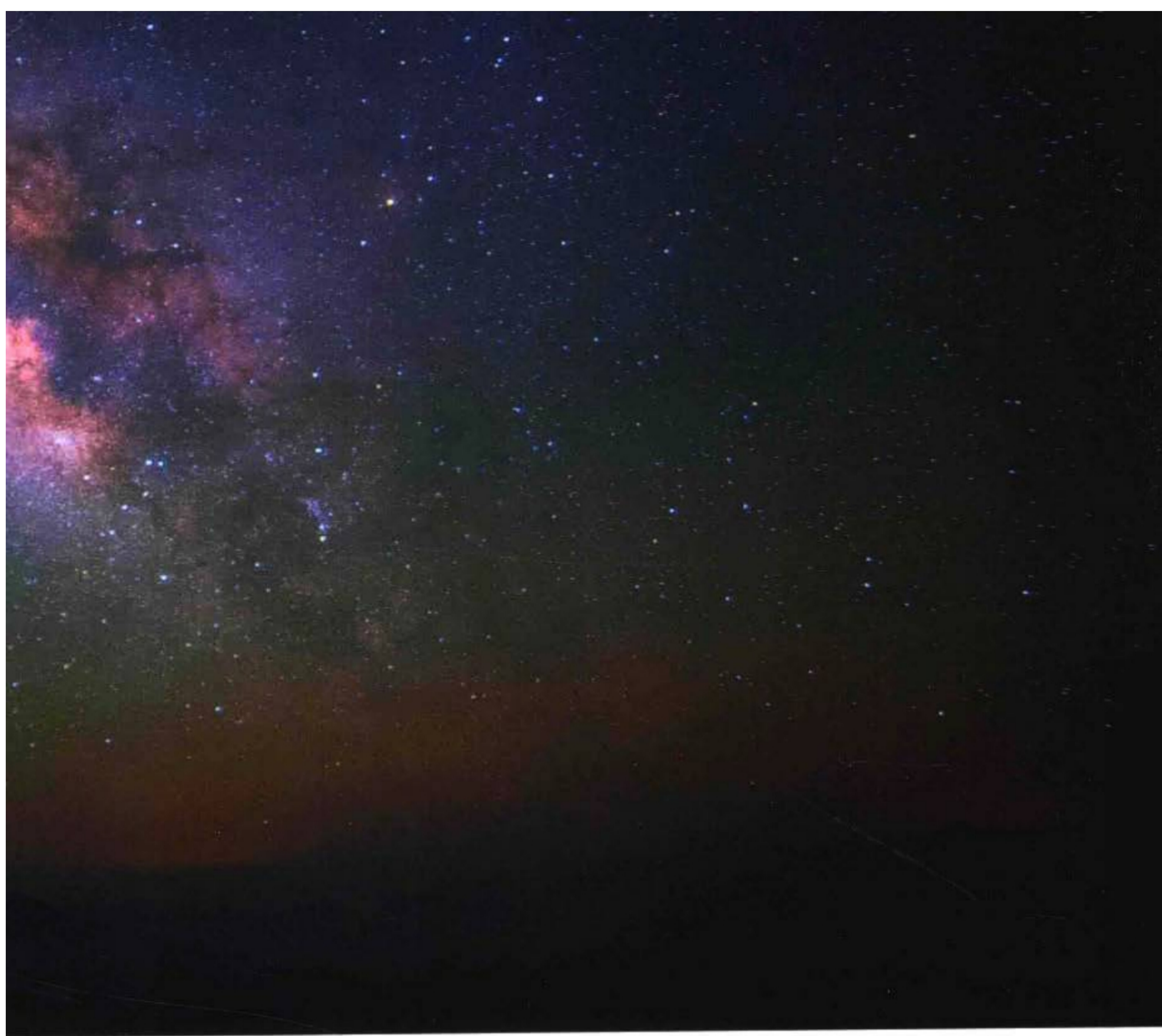




“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

University Physics

大学物理学（第二版）上册

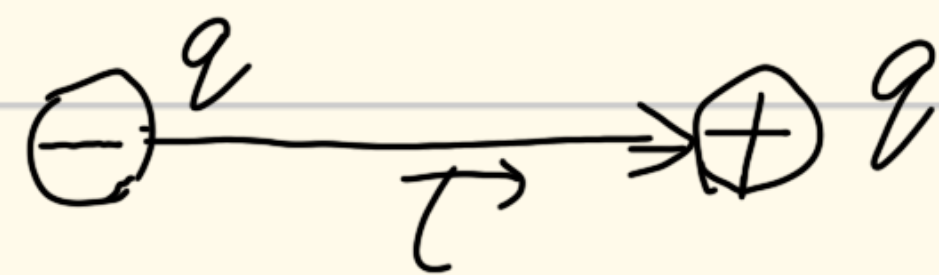
主编 杨兵初 李旭光

高等教育出版社

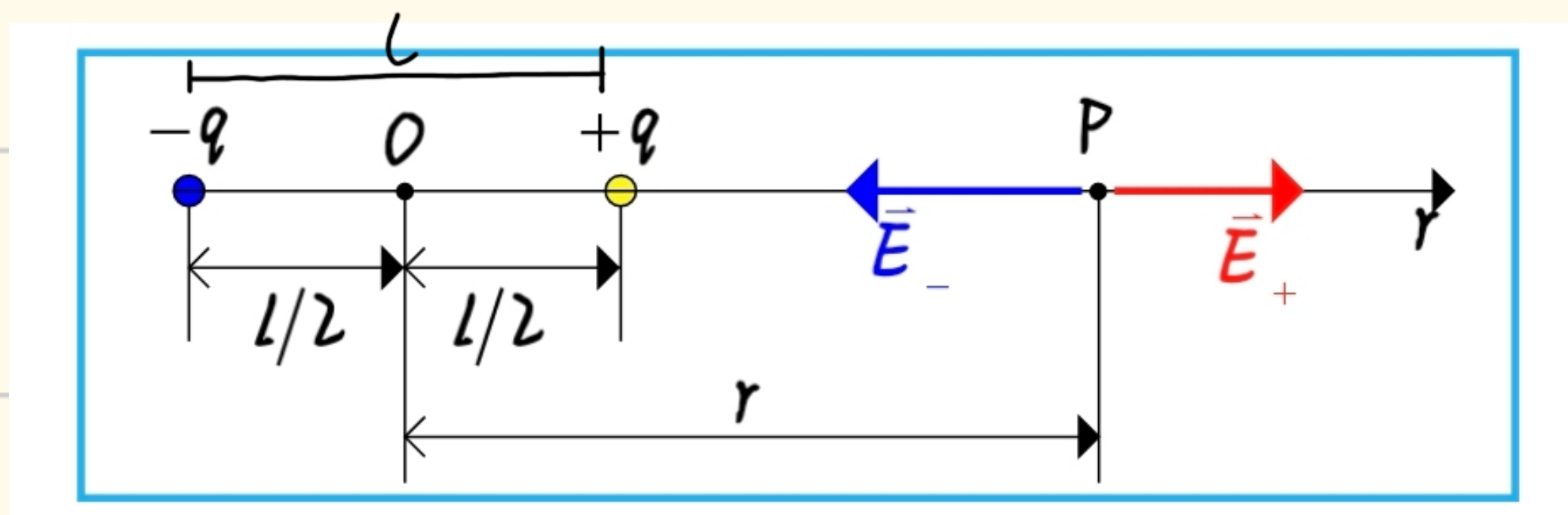
第五章 真空中的静电场

点电荷的电场 $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{e}_r$

电偶极子 电矩 $\vec{p} = q\vec{l}$



延长线上一点的场强

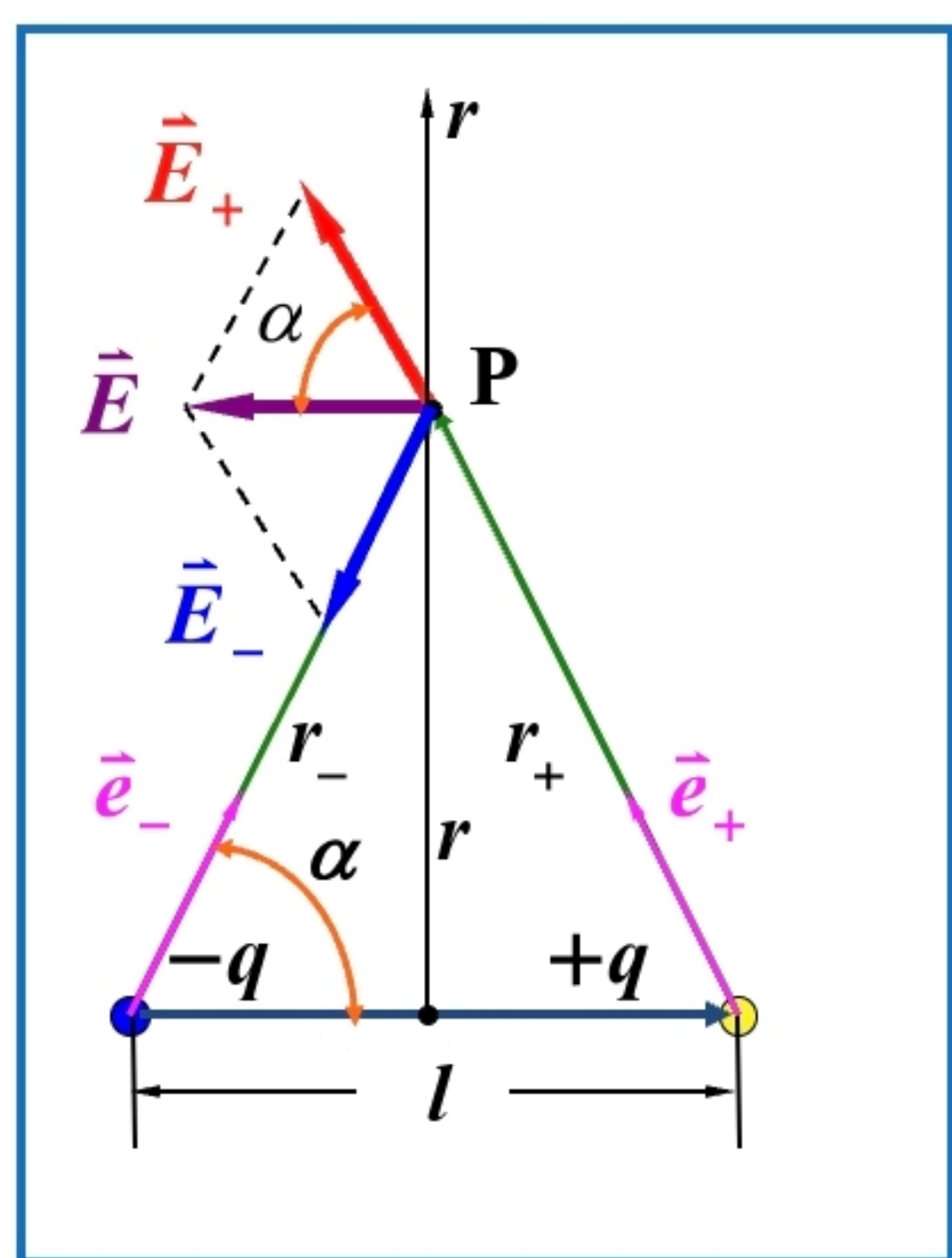


$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left[\frac{2rl}{(r^2 - \frac{l^2}{4})^2} \right]$$

当 $r \gg l$, 离电偶极子距离很远时

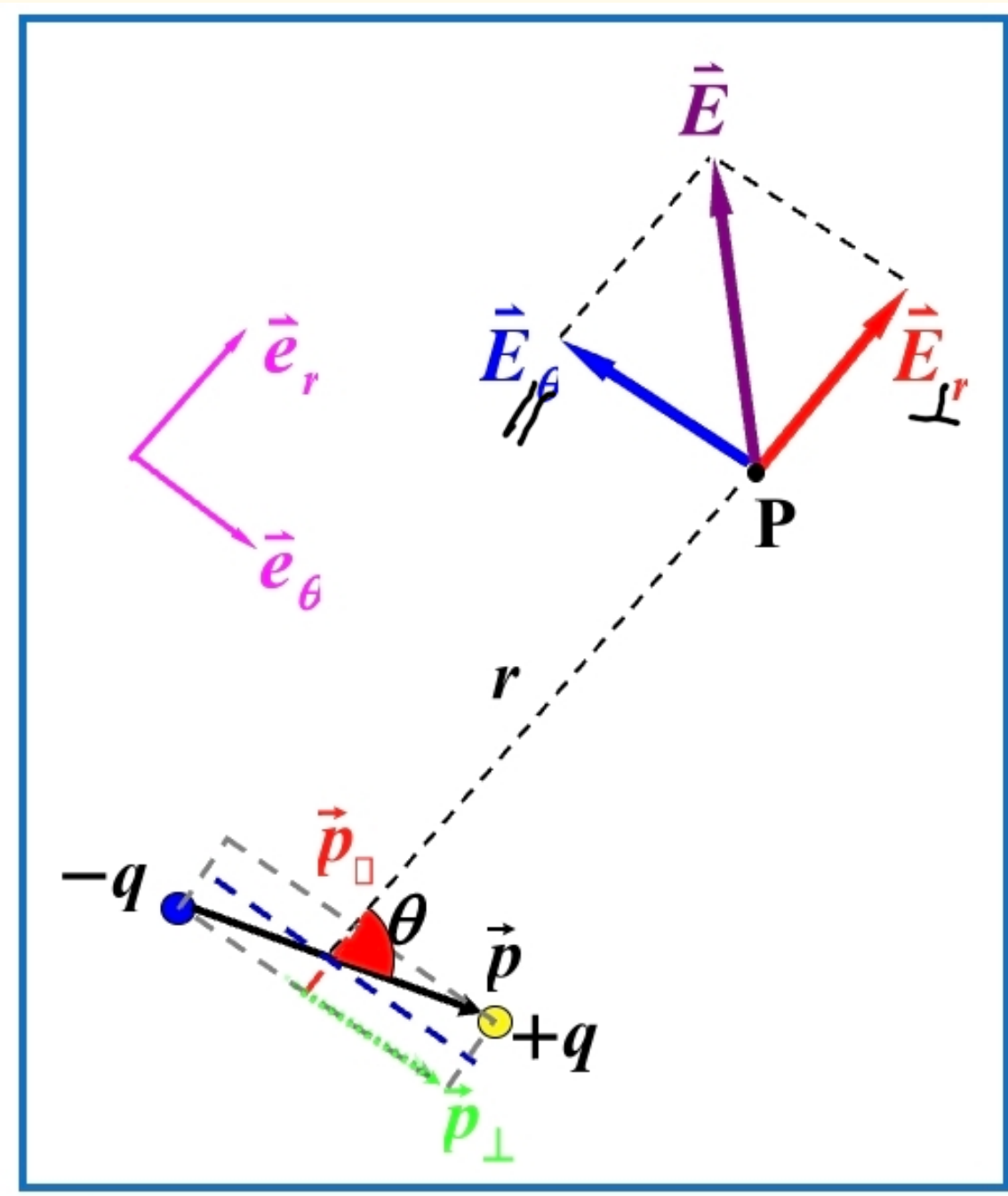
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\vec{p}}{r^3}$$

中垂线上一点的场强



$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{p}}{r^3}$$

任意一点的场强度

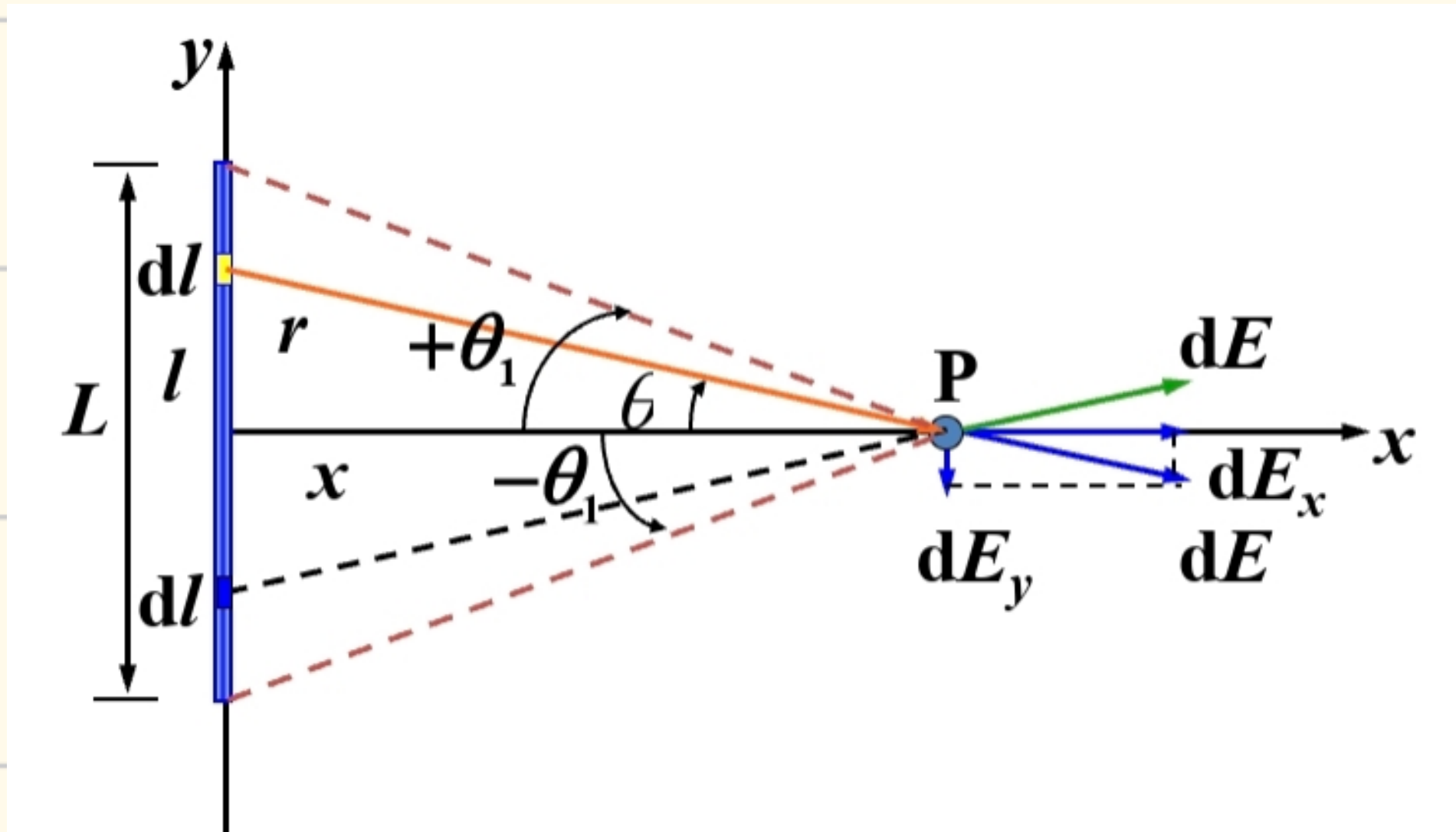


$$\vec{E}_{\perp} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2p \cos\theta}{r^3} \vec{e}_{\perp}$$

$$\vec{E}_{\parallel} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p \sin\theta}{r^3} \vec{e}_{\parallel}$$

均匀带电直线

中垂线上的场强



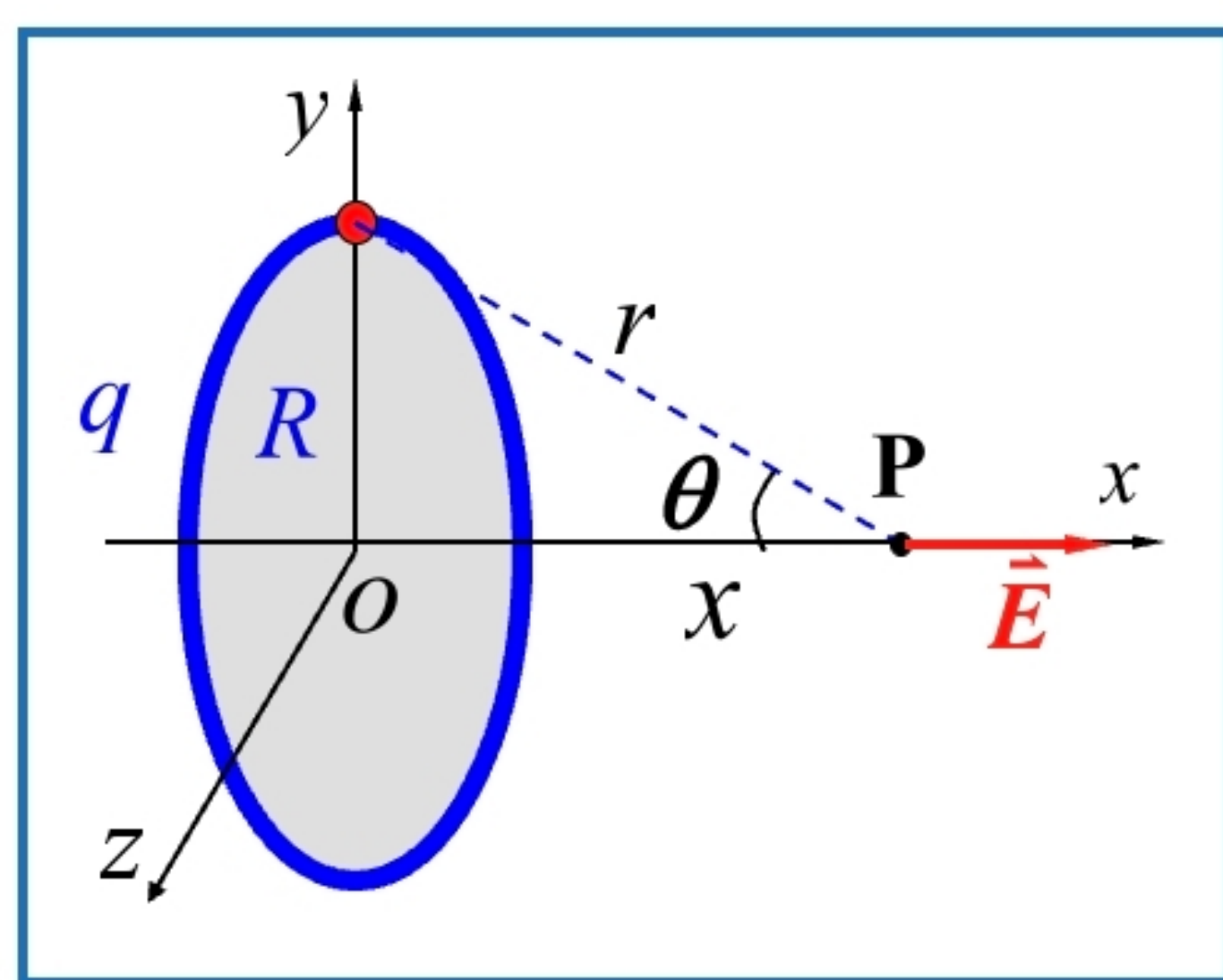
$$E = \frac{\lambda L}{4\pi\epsilon_0 x \sqrt{x^2 + (\frac{L}{2})^2}}$$

当 $x \ll L$, 直线无限长

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}$$

均匀带电圆环

轴线上一点的场强



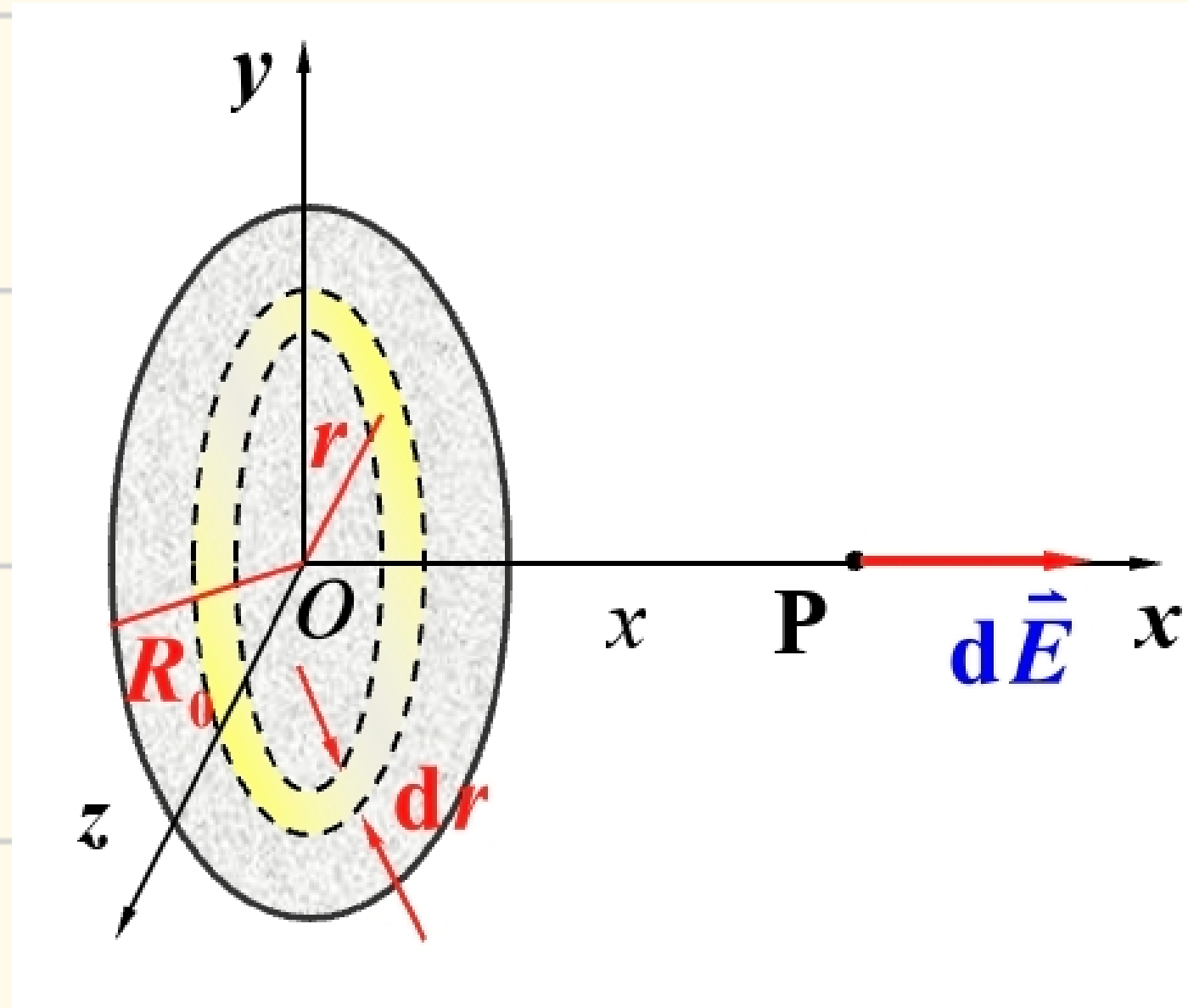
$$E = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

当 $\frac{dE}{dx} = 0$, $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} R$



均匀带电圆盘

轴线上一点的场强

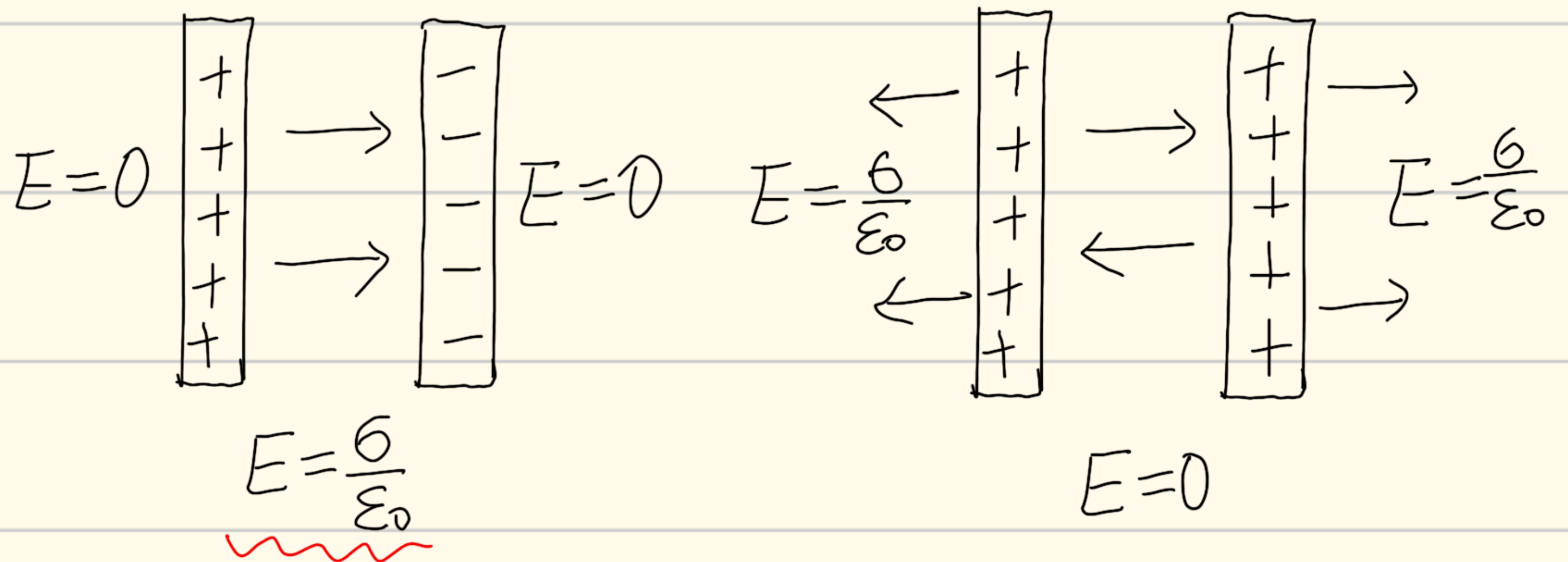


$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right]$$

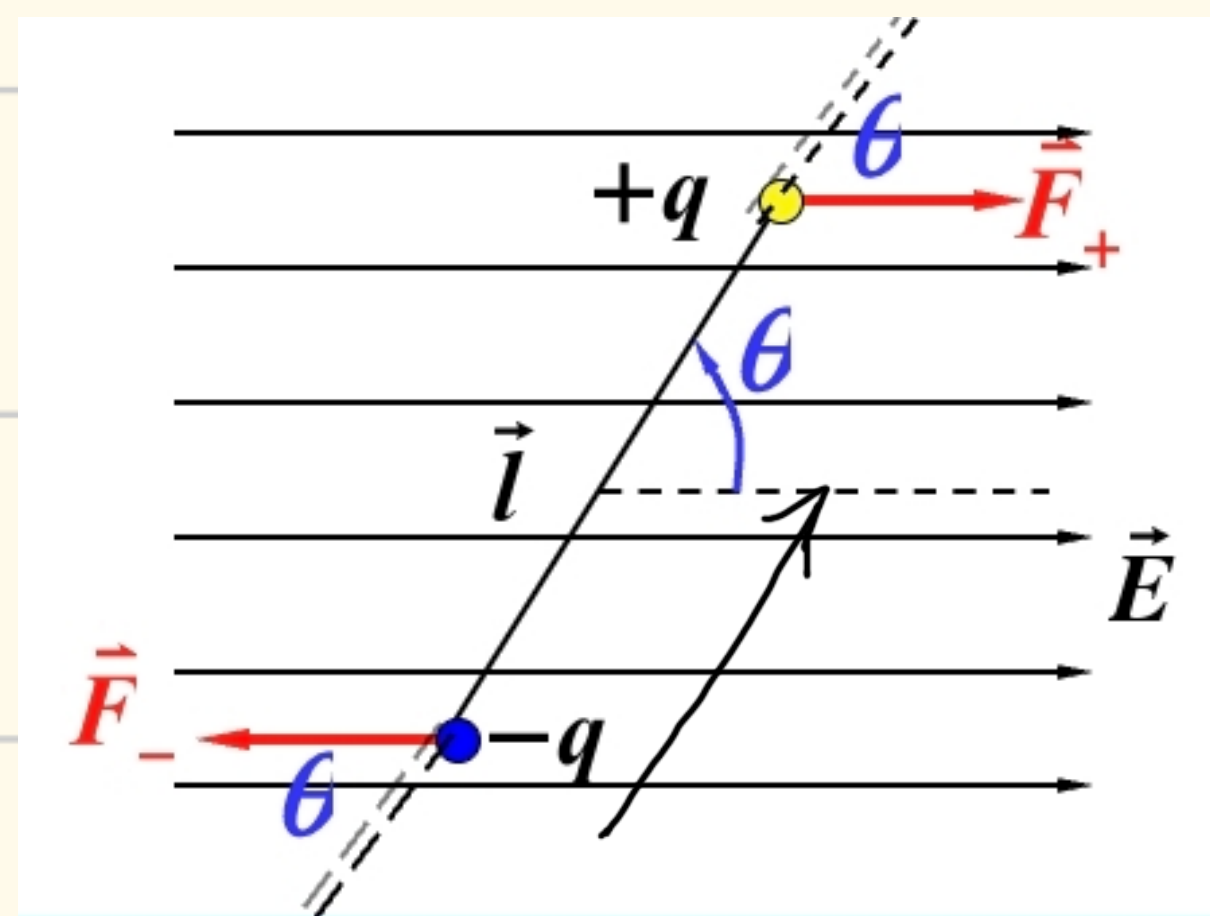
当 $x \ll R$, 带电平面无限大时

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

注: 无限大均匀带电平面的电场



匀强电场对电偶极子的作用



$$\text{力矩: } \vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$\text{转至平衡位置外力做功: } A = - \int_{\theta}^0 \vec{M} d\theta$$

$$|\vec{M}| = EqL \cdot \sin\theta$$

电场强度通量

$$\Phi_e = \vec{E} \cdot \vec{S} = ES \cos\theta$$

其中 $\vec{S} = S\vec{e}_n$ 面积矢量

若封闭曲面 $\Phi_e > 0$, 有电场线穿出

若封闭曲面 $\Phi_e < 0$, 有电场线穿入

高斯定理

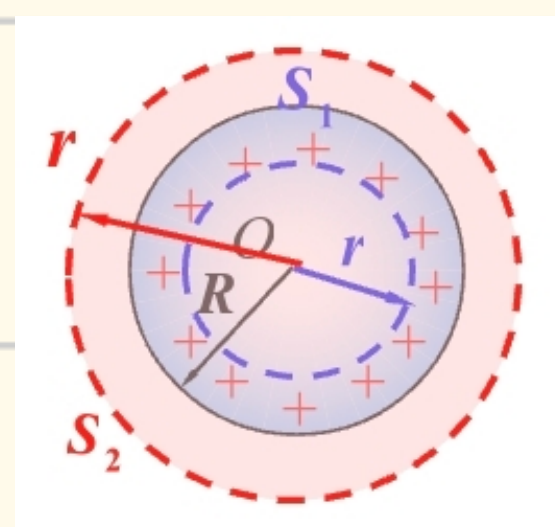
$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

高斯定理的应用

① 均匀带电球壳电场

球壳内: $E = 0$

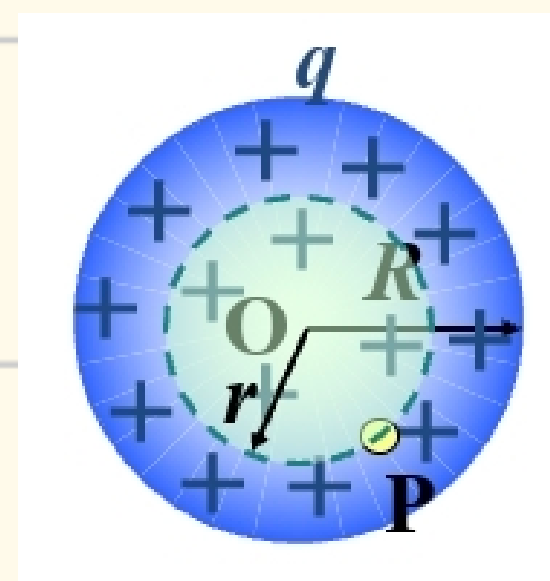
球壳外: $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$



② 均匀带电球体电场

球体内: $E = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}$

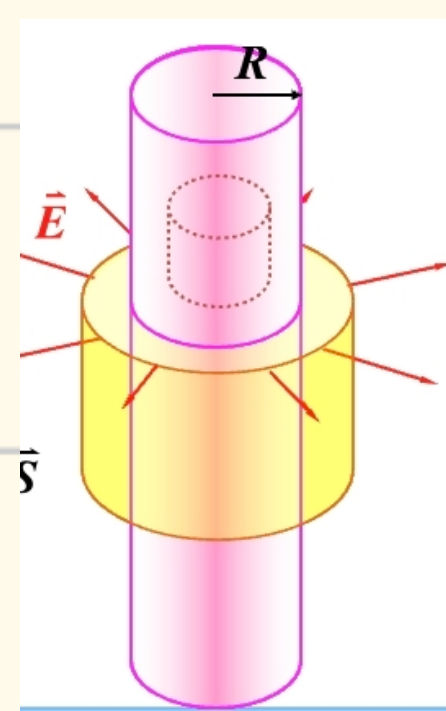
球体外: $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$



③ 无限长均匀带电圆柱面

柱面内: $E = 0$

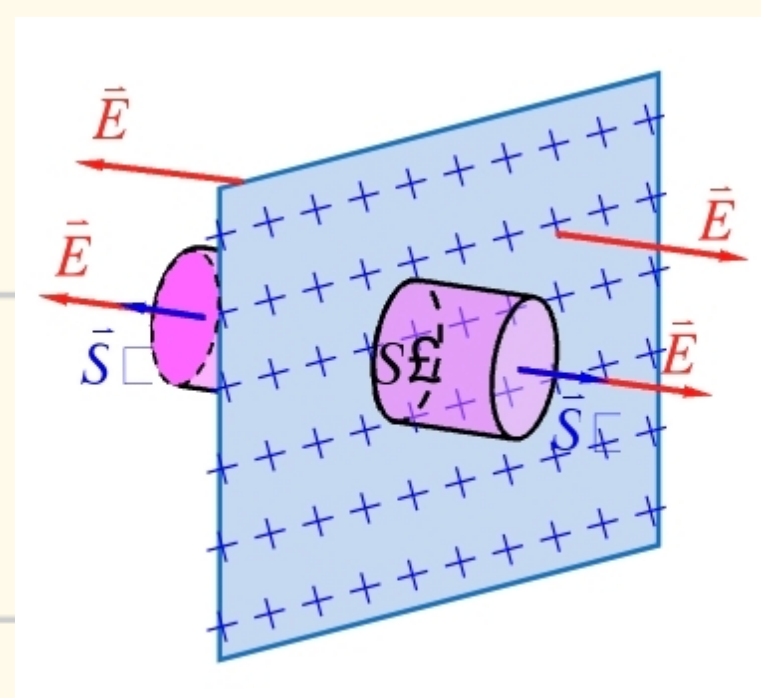
柱面外: $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$



④ 无限长均匀带电圆柱体

柱体内: $E = \frac{\lambda r}{2\pi\epsilon_0 R^2}$

柱体外: $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$



⑤ 无限大均匀带电平面

$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

静电场力做功

保守力、保守场、与路径无关

环路定理

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

电势

$$\Delta W = -A_{ab}$$

(电力做功等于电势能减少量)

$$\varphi_a = \int_a^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

(单位正电荷在电场中电势能大小, ∞ 远, 地球电势为零)

电势的计算

① 点电荷

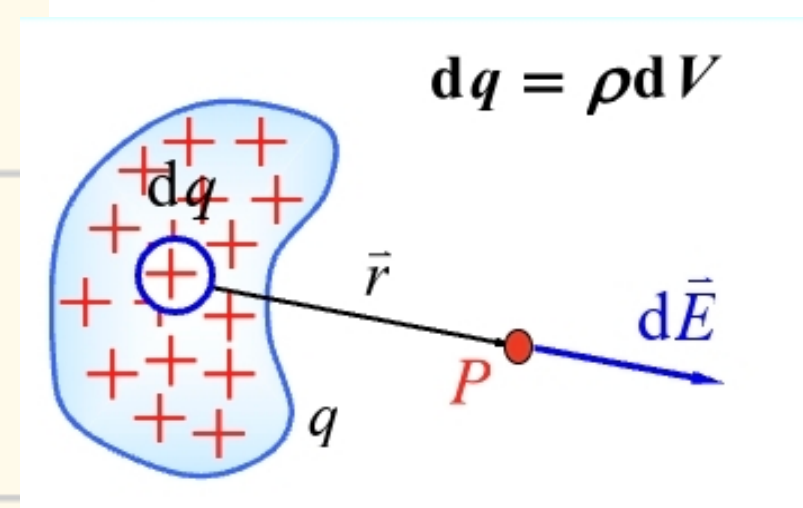
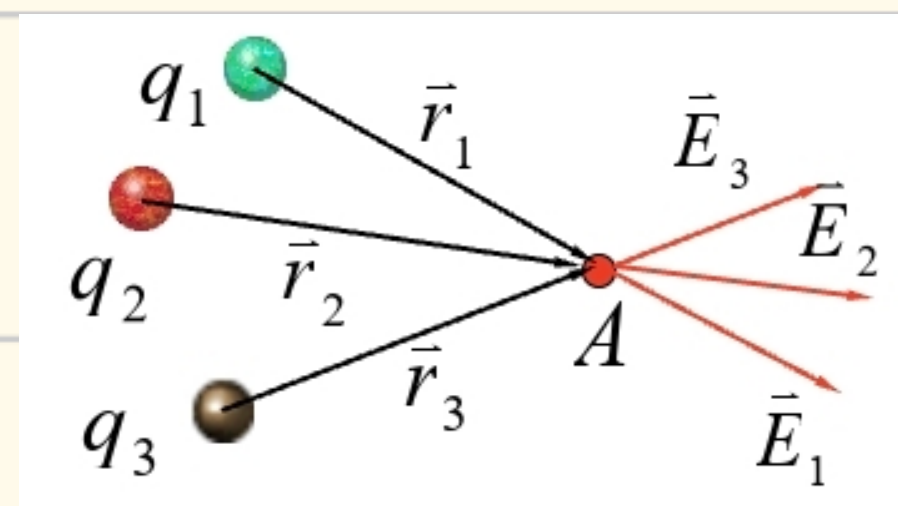
$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

点电荷系

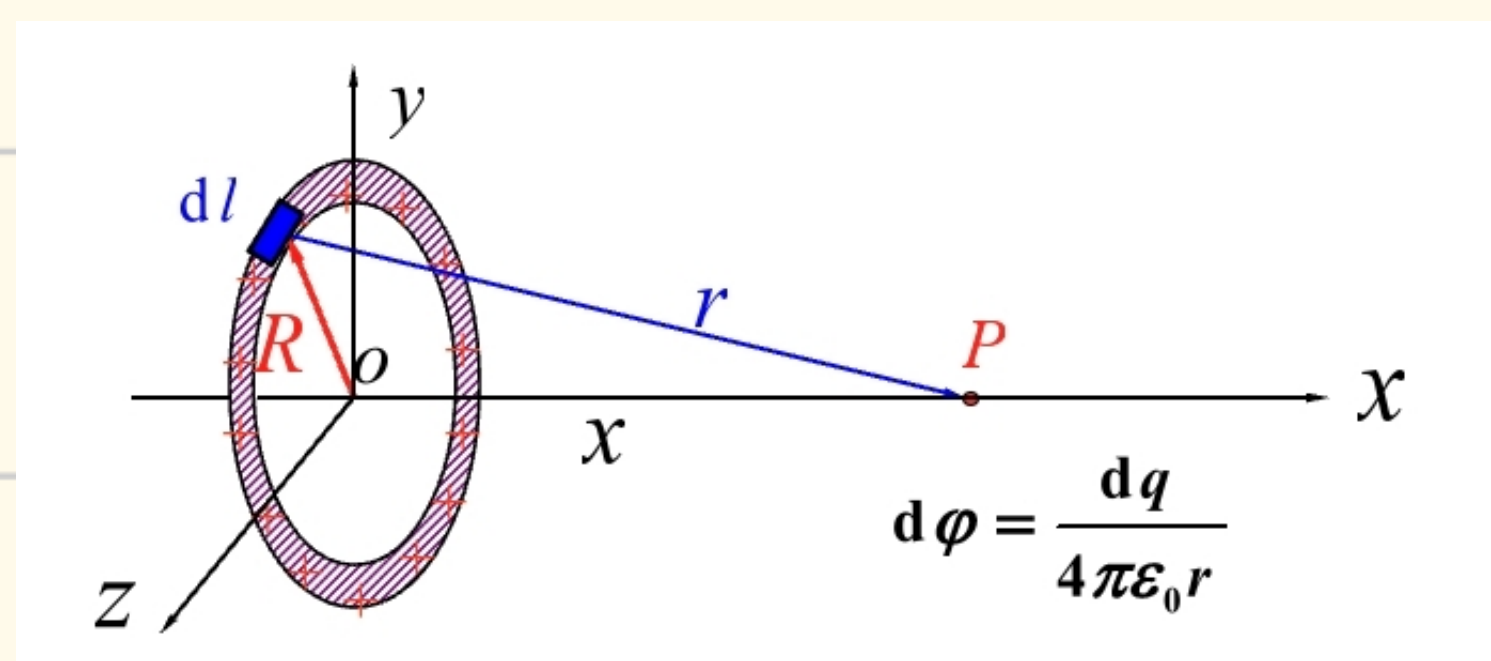
$$\varphi = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i} \quad (\text{标量叠加})$$

② 连续带电体

$$\varphi = \int \frac{\rho dV}{4\pi\epsilon_0 r}$$

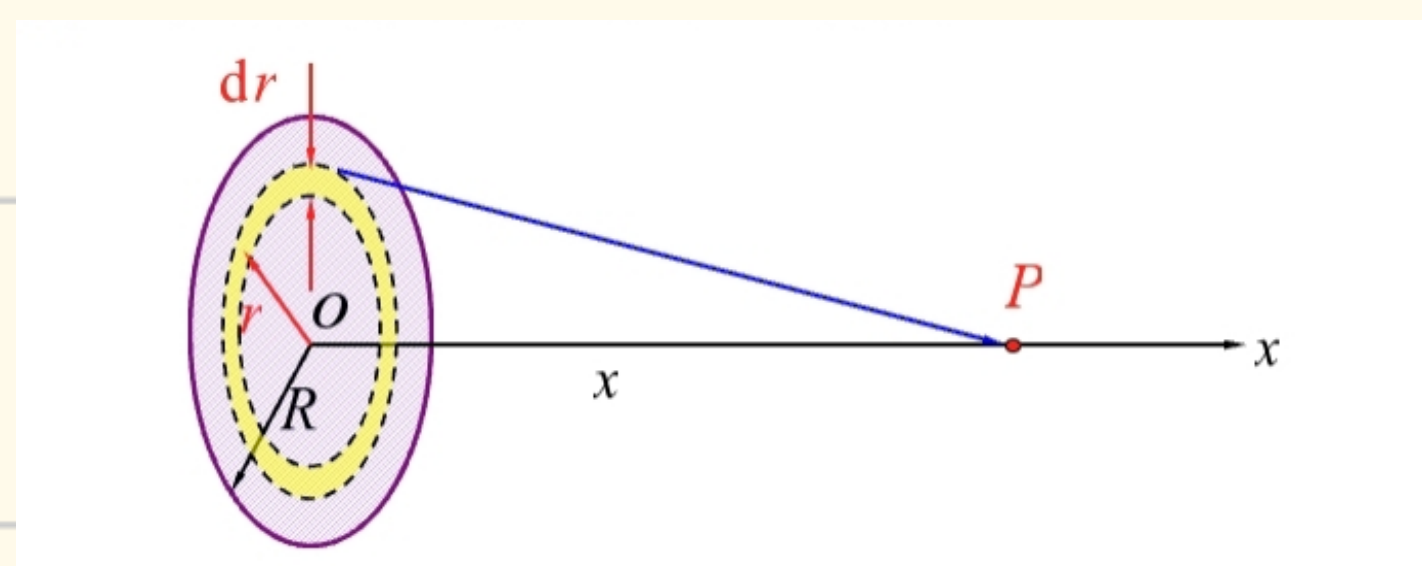


③ 均匀圆环轴线



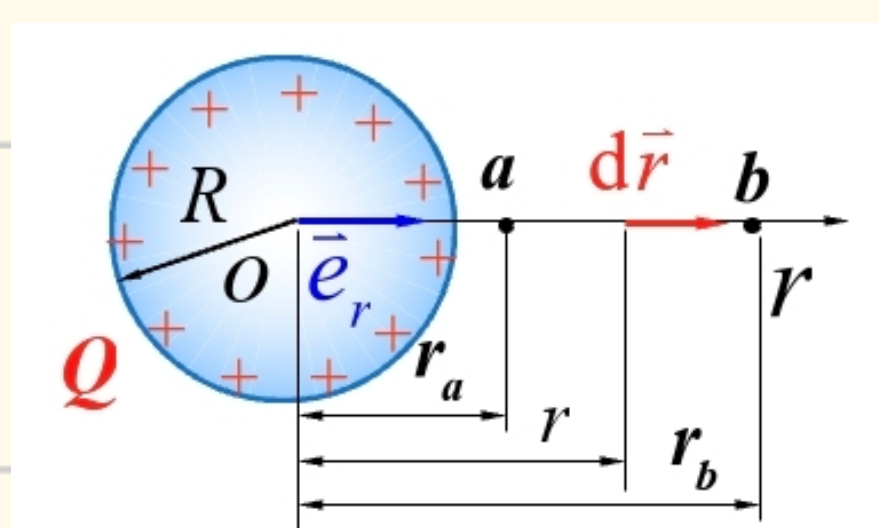
$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot \sqrt{x^2 + R^2}}$$

④ 均匀带电薄圆盘轴线



$$\varphi = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{x^2 + R^2} - x)$$

⑤ 均匀带电球壳



球壳外任两点

$$\varphi_a - \varphi_b = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$

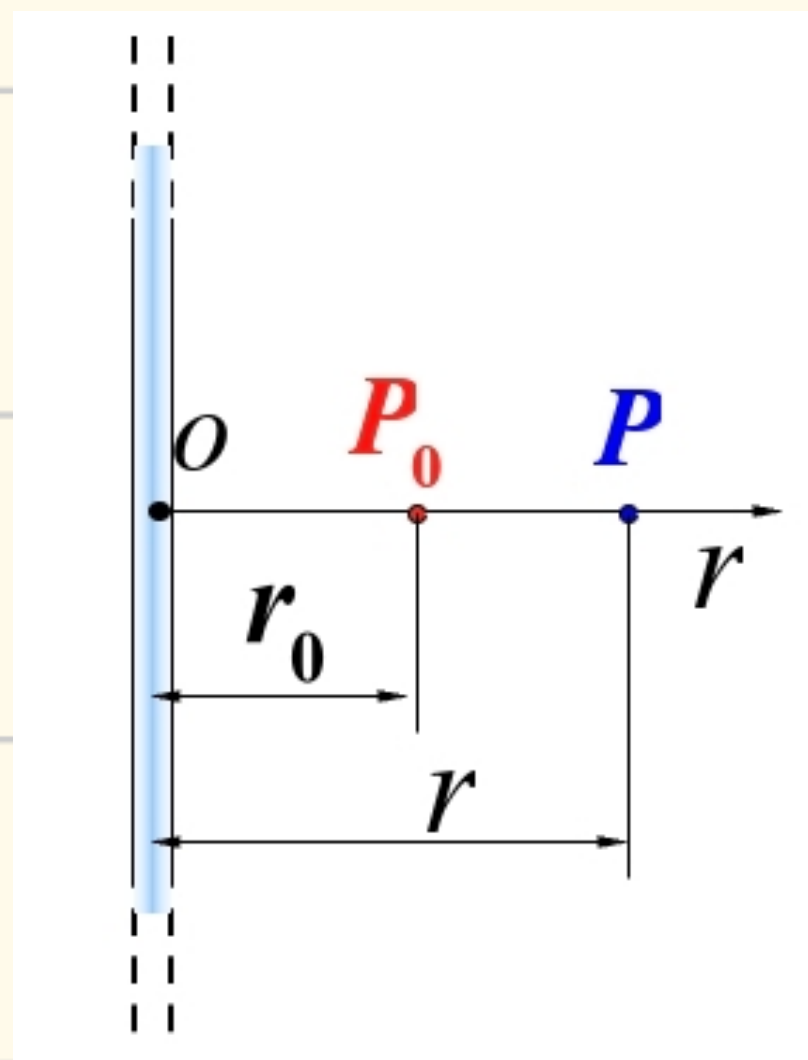
球壳内任两点

$$\varphi_a - \varphi_b = 0 \quad (\text{等势区})$$

对某一点

$$\varphi = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, & r > R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}, & r < R \end{cases}$$

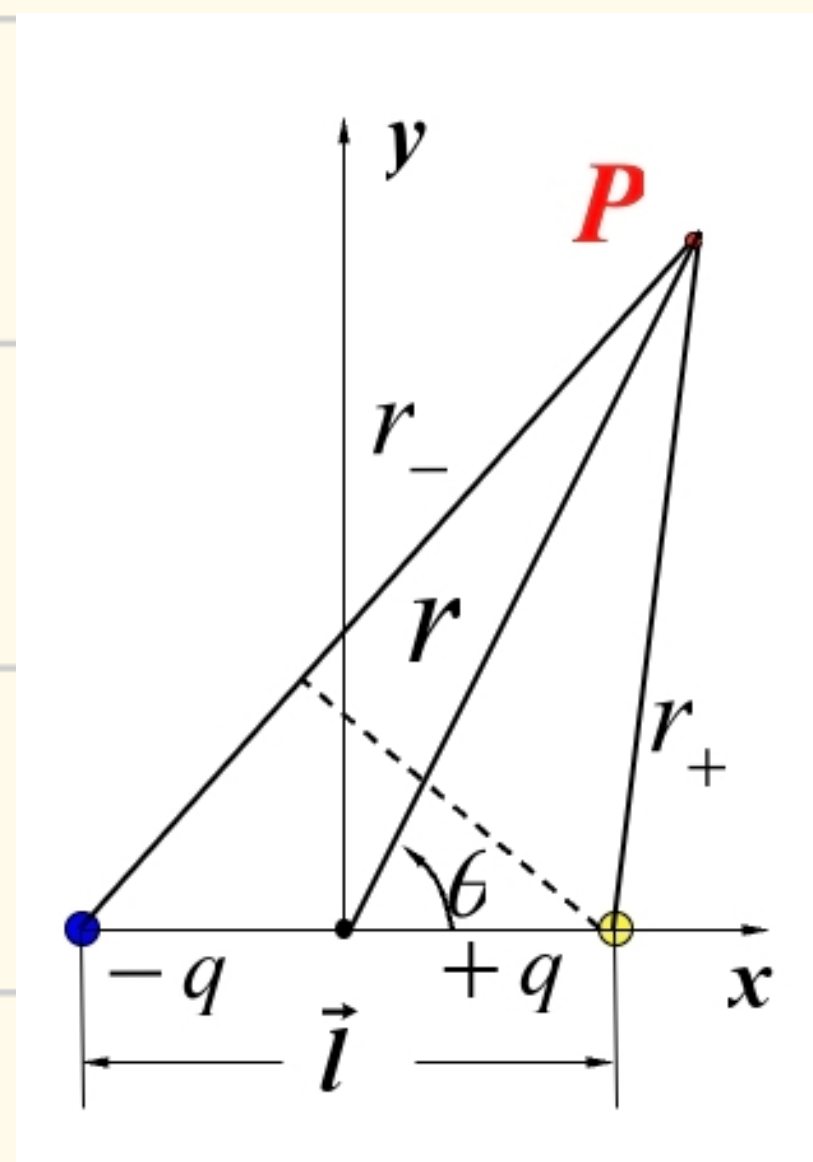
⑥ 无限长带电直导线



(选取电势零点为 P_0)

$$\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0}{r}$$

⑦ 电偶极子

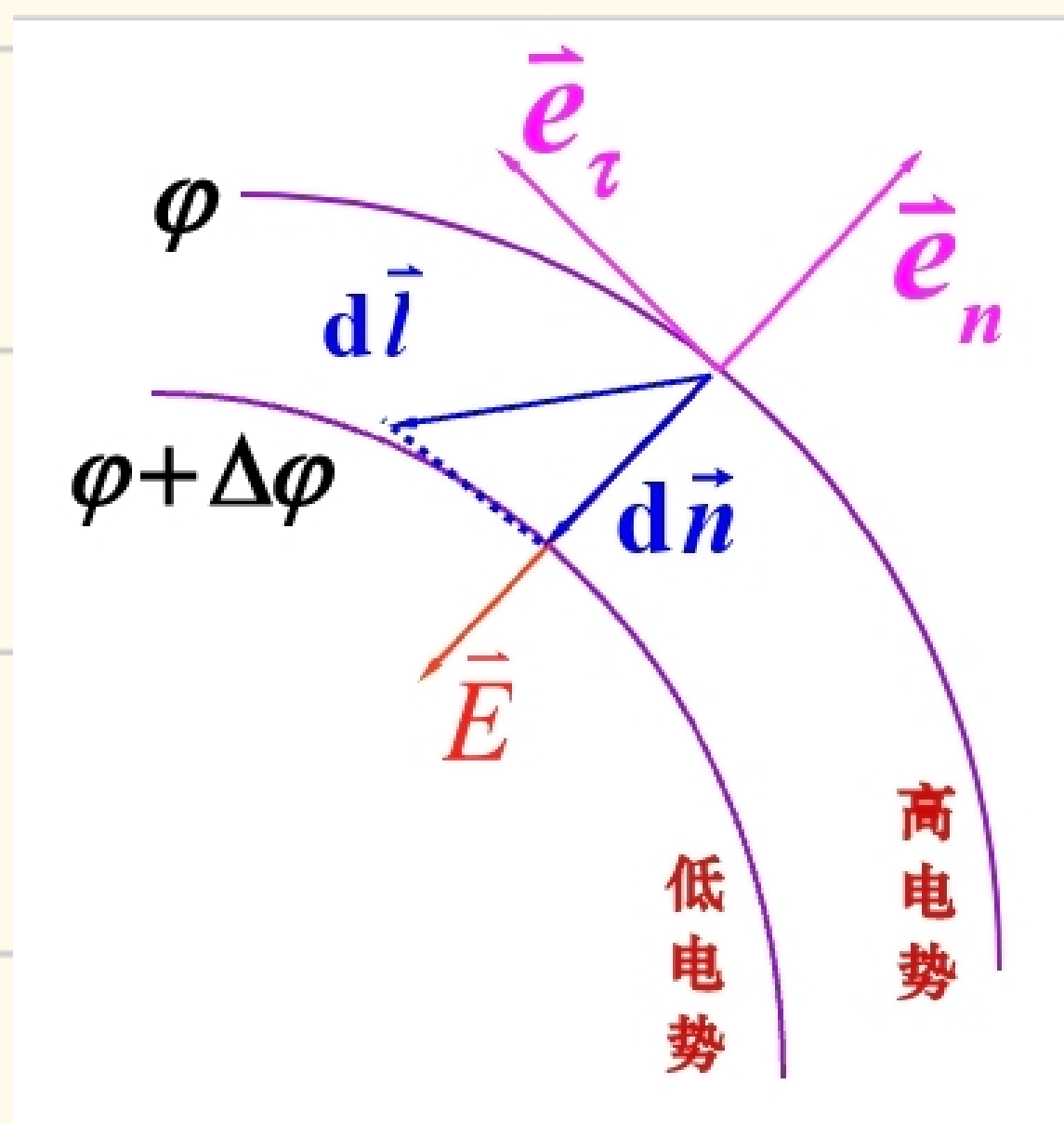


$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{P \cos \theta}{r^2} \quad (r \gg l \text{ 时})$$

等势面、电势梯度

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dn} \cdot \vec{e}_n = -\nabla \varphi$$

(方向由高电势指向低电势)



hw 5

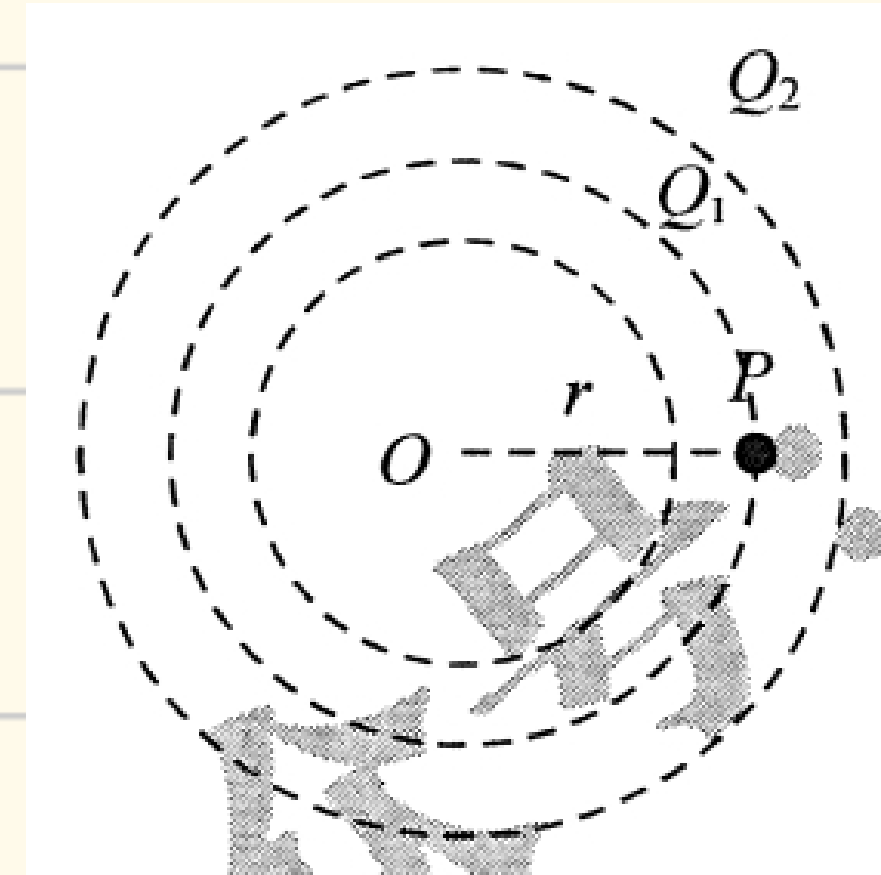
4. 图 5-1-3 所示两同心球面，内球面均匀带电荷 Q_1 ，外球面均匀带电荷 Q_2 ，则在两球面之间、距离球心 O 为 r 处的 P 点的场强大小 E 为 (A)

- (A) $\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ (B) $\frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ (C) $\frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ (D) $\frac{Q_2 - Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

以 OP 为圆心作高斯面，由于通量仅与内部电荷有关， $\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum q_i / \epsilon_0$

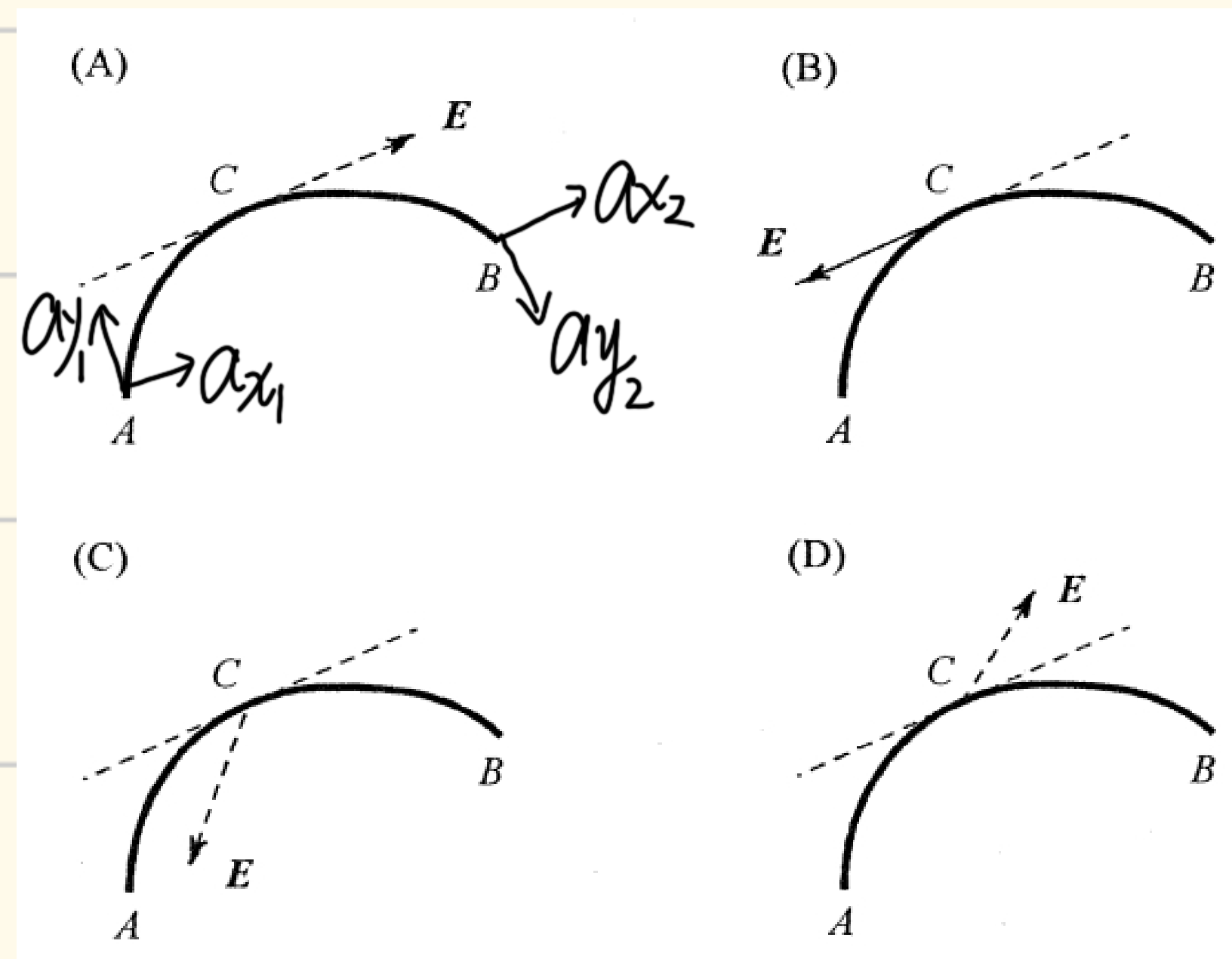
$$E \cdot 4\pi r^2 = Q_1 / \epsilon_0$$

$$E = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



5. 一个带负电荷的质点，在电场力作用下从 A 点经 C 点运动到 B 点，其运动轨迹如图 5-1-4 所示，已知质点运动的速率是递减的，则 C 点的场强方向为 (D)

从 A 到 B ， a_{y1} 变为 a_{y2} ，说明必存在法向作用力，(A) 只有切向，错误



4. (1) 点电荷 q 位于边长为 a 的正方体的中心，通过此立方体的每一面的电场强度通量为 _____，(2) 若该电荷移至正立方体的一个顶点上，如图 5-1-10 所示，那么通过面 $abcd$ 的电场强度通量为 _____。

点电荷位于正方体中心时，每一面 Φ 均相同(对称性)，故对密合表面， $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 6\Phi = \frac{q}{\epsilon_0}$ ，即

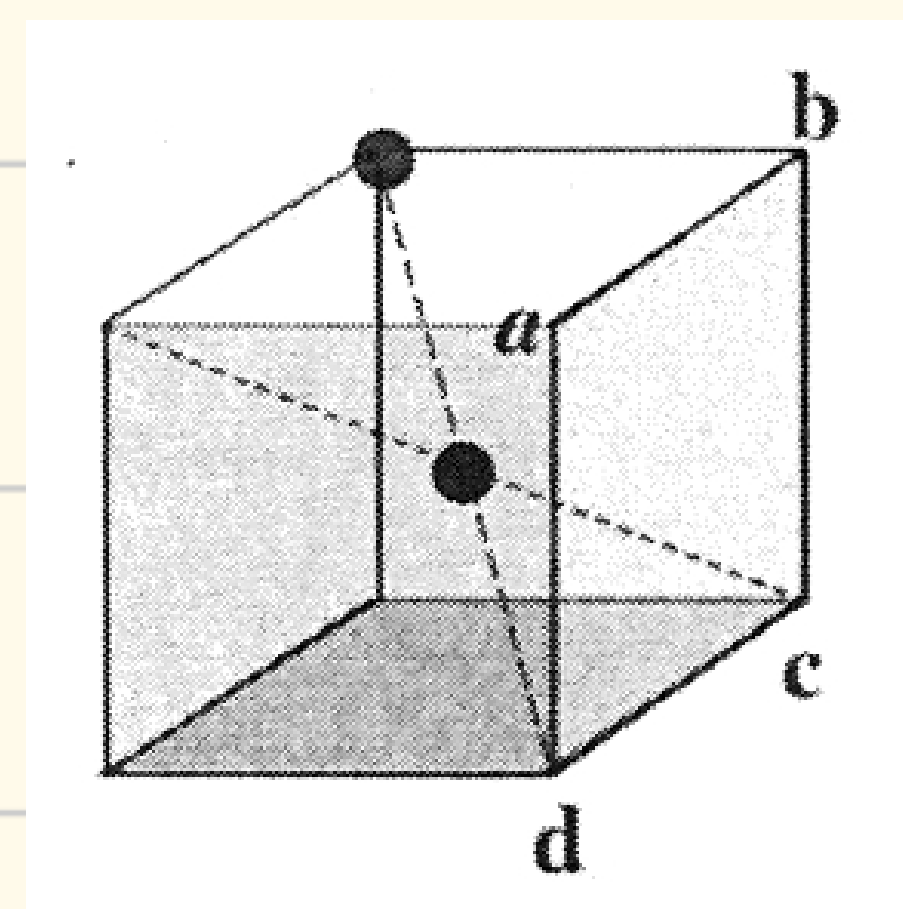
$$\Phi = \frac{q}{6\epsilon_0}$$

点电荷位于一顶点时，扩展正方体，使之保持对称性

$$\Phi_{\text{总}} = 6 \times \Phi_{\text{面}} = 6 \times 4\Phi$$

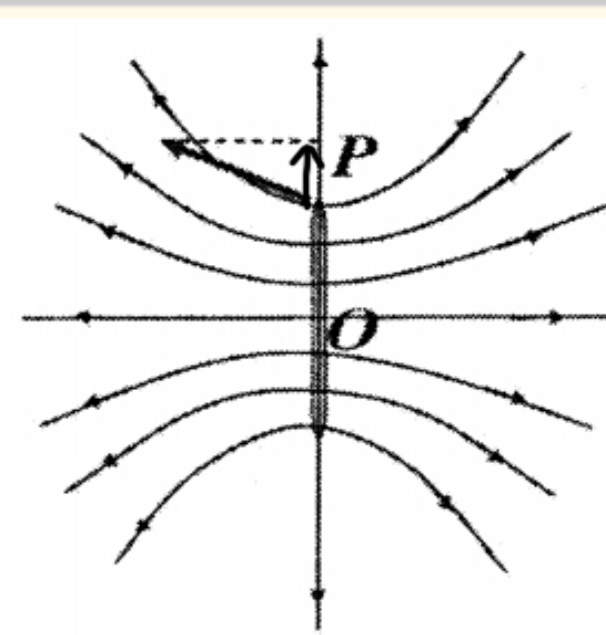
$$= \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi = \frac{q}{24\epsilon_0}$$



7. 已知均匀带正电圆盘的静电场的电场线分布如图 5-1-12 所示。由此电场线分布图可断定圆盘边缘处一点 P 的电势 φ_P 与中心 O 处的电势 φ_O 的大小关系是 _____。(填“=”，“<”或“>”)

电场强度存在 OP 方向的分量, 故电势下降, $\varphi_O > \varphi_P$

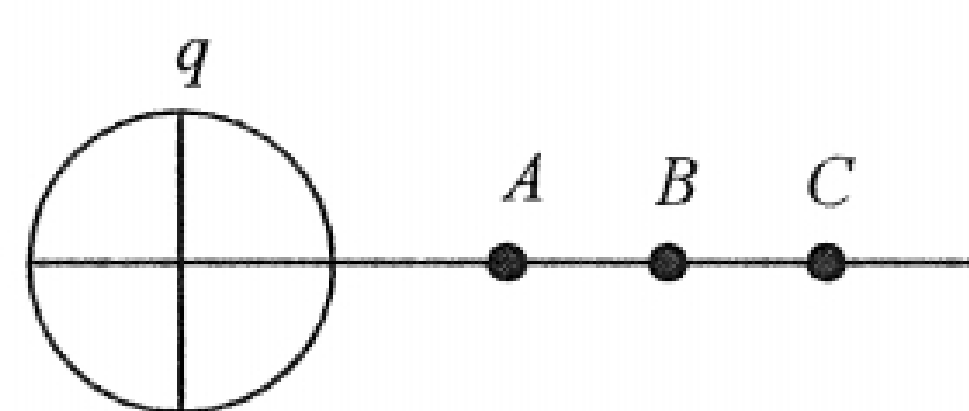


8. 如图 5-1-13 所示, 一点电荷 $q = 10^{-9} \text{ C}$, A、B、C 三点分别距离该点电荷 10cm、20cm、30cm。若选 B 点的电势为零, 则 A 点的电势为____, C 点的电势为____。(真空介电常量 $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$)

$$\int_a^b E q l = W = -\Delta A = -U_{ab} q$$

(做功为电势能减少量)

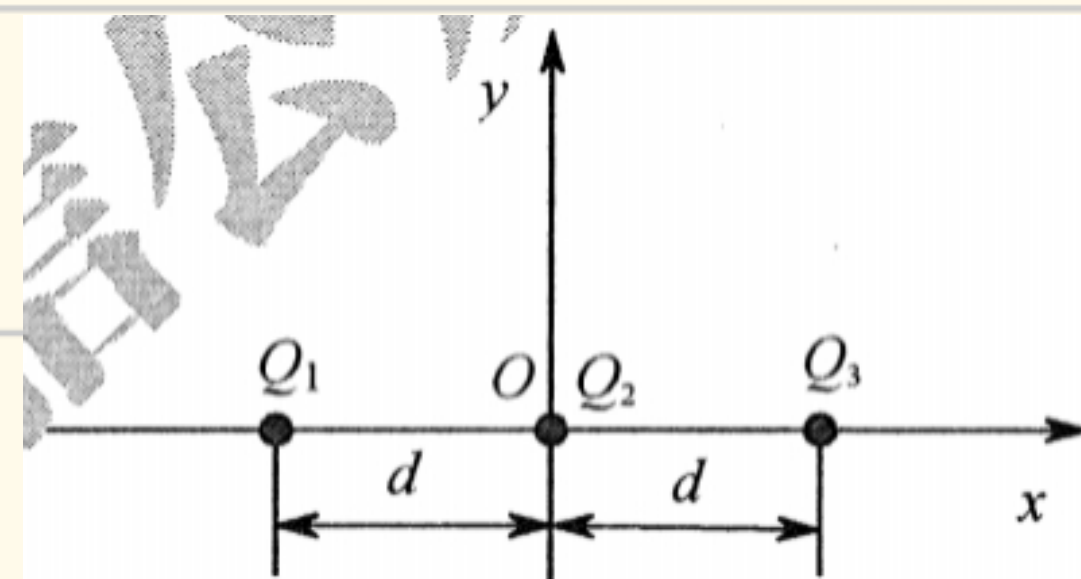
$$U_{ab} = \varphi_b - \varphi_a = -\int_a^b E dl$$



11. 有三个点电荷 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 沿一条直线等间距 d 分布, 已知其中任一点电荷受合力均为零, 且 $Q_1 = Q_3 = Q$ 。在固定 Q_1 、 Q_3 的情况下, 将 Q_2 从 Q_1 、 Q_3 连线中点移至无穷远处外力所做的功为____。

$$W_{\text{场}} = \int_0^\infty \vec{E} Q_2 d\vec{l} = -U_{\infty} \cdot Q_2 = \varphi_0 \cdot Q_2$$

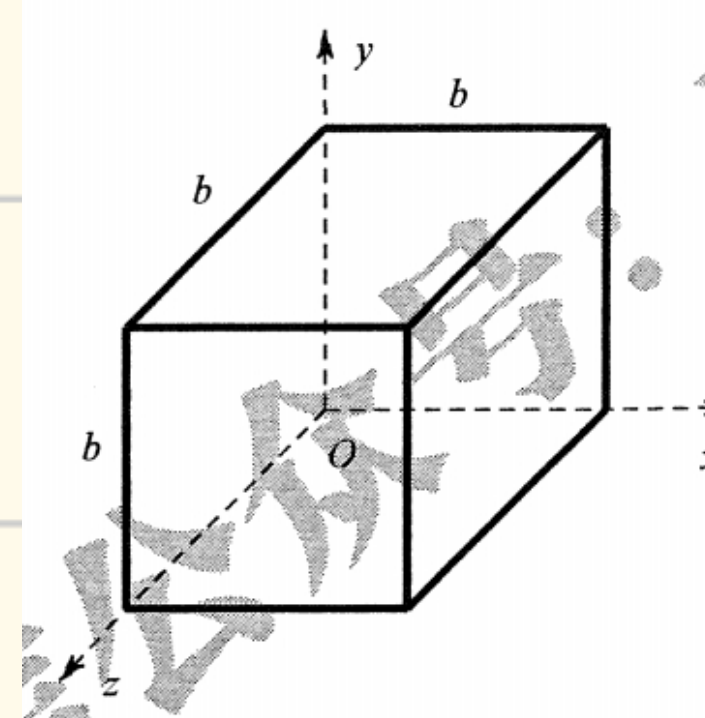
$$\text{外力做的功 } W_{\text{外}}' = -W_{\text{场}} = -\varphi_0 \cdot Q_2$$



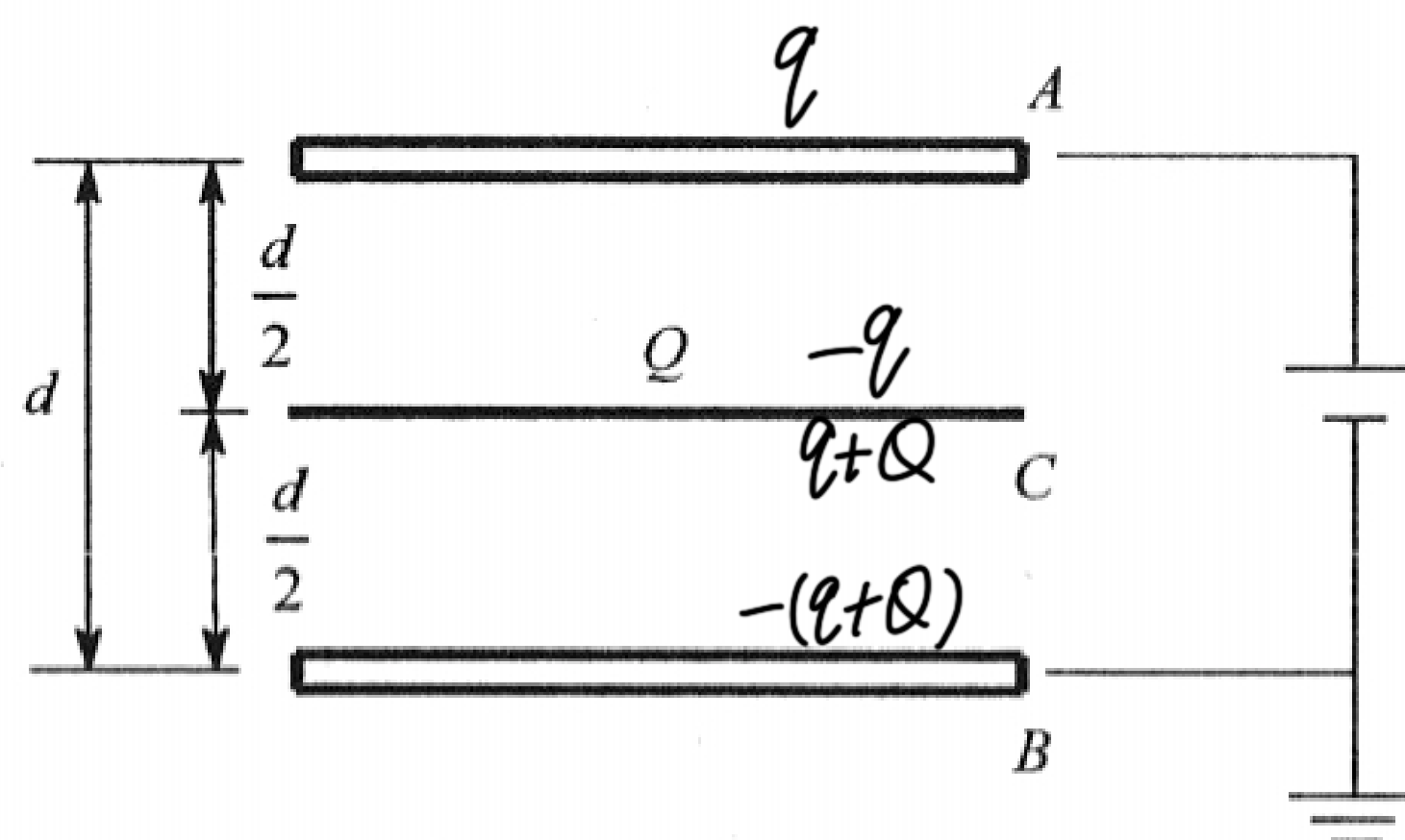
3. 边长为 b 的立方盒子的六个面, 分别平行于 Oxy 、 Oyz 和 Oxz 平面, 如图 5-1-17 所示。

盒子的一角在坐标原点处。在此区域有一静电场, 场强为 $\vec{E} = 200\vec{i} + 300\vec{j}$ (SI)。试求穿过各面的电场强度通量。

注意: 通量射入为负
射出为正



8. 一空气平板电容器, 极板 A、B 的面积都是 S , 极板间距离为 d 。接上电源后, A 板电势 $\varphi_A = \epsilon$, B 板电势 $\varphi_B = 0$ 。现将一带有电荷 Q 、面积也是 S 而厚度可忽略的导体片 C 平行插在两极板的中间位置, 如图 5-1-20 所示, 试求导体片 C 的电势。



$$E_{AC} = \frac{q}{\epsilon_0 S} \quad E_{CB} = \frac{q+Q}{\epsilon_0 S}$$

$$\int_A^B E dl = \frac{qd}{2\epsilon_0 S} + \frac{(q+Q)d}{2\epsilon_0 S} \Rightarrow q = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{d} - \frac{Q}{2d}$$

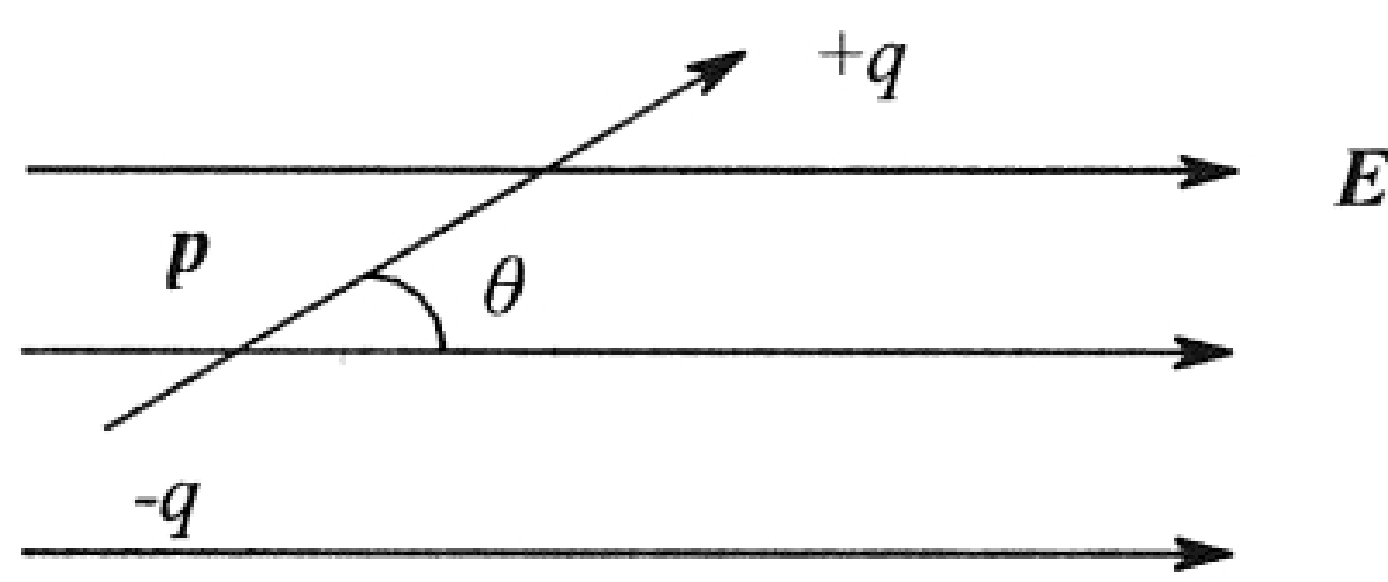
$$= -U_{AB} = \varphi_A = \mathcal{E}$$

$$\varphi_C = \int_C^B E_{CB} dl = \frac{\mathcal{E}}{2} + \frac{Qd}{4\epsilon_0 S}$$

10. 一电偶极子由电荷量为 q 的两个异号点电荷组成，两电荷相距 l 。把这电偶极子放在场强大小为 E 的均匀电场中。试求：(1) 电场作用于电偶极子的最大力矩。(2) 电偶极子从受最大力矩的位置转到平衡位置过程中，电场力做的功。

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$W = - \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \vec{M} d\theta$$



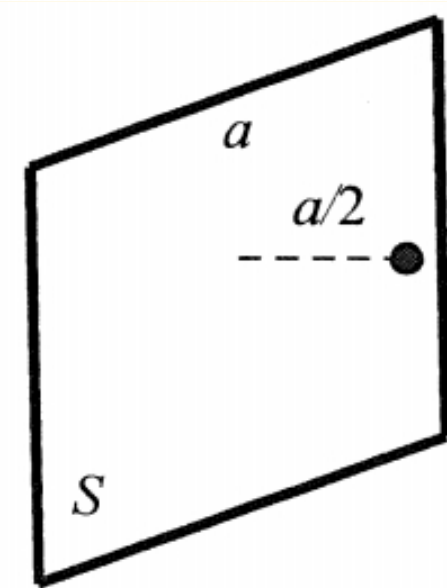
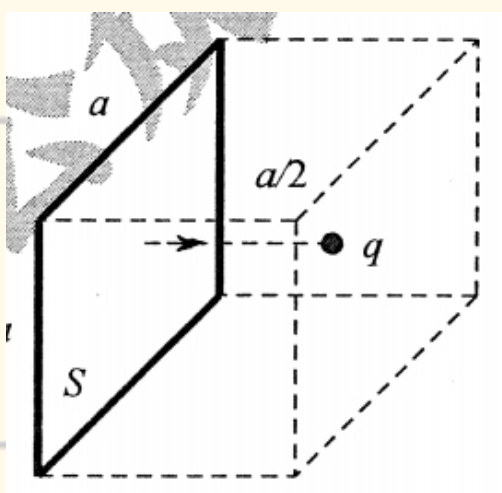
1. 图 5-2-1 所示一边长为 a 的正方形平面。在其中垂线上距正方形中心 O 点 $a/2$ 处，置一电荷量为 q 的正点电荷，则通过该平面的电场强度通量为 ()

- (A) $\frac{q}{3\epsilon_0}$ (B) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0}$ (C) $\frac{q}{6\epsilon_0}$ (D) $\frac{q}{3\pi\epsilon_0}$

扩展至闭合曲面

$$\Phi_0 = \frac{1}{6} \Phi$$

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$



3. 如图 5-2-3 所示，A 和 B 为两个均匀带电球体。其中 A 带电荷 $+q$ ，B 带电荷 $-q$ 。如作一与 A 同心的球形高斯面 S ，则 ()

(A) 通过 S 面的电场强度通量为零， S 面上各点的场强为零

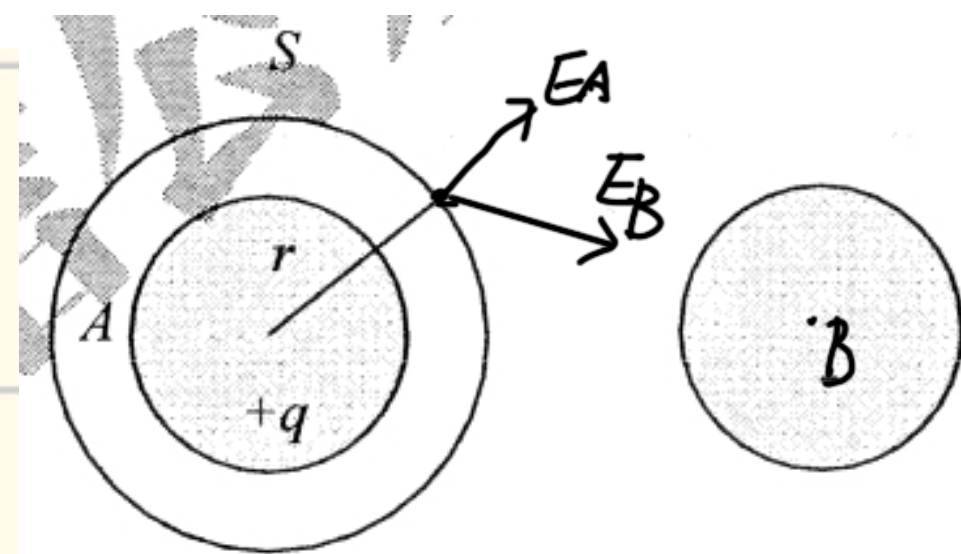
(B) 通过 S 面的电场强度通量为 q/ϵ_0 ， S 面上场强的大小为

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

B 球对 Φ 无影响
但影响了 E

(C) 通过 S 面的电场强度通量为 $-q/\epsilon_0$ ， S 面上场强的大小为 $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

(D) 通过 S 面的电场强度通量为 q/ϵ_0 ，但 S 面上各点的场强不能直接由高斯定理求出



5. 一电子和一质子相距 $2 \times 10^{-10} \text{ m}$ (两者静止)，将此两粒子分开到无穷远距离 (两者仍静止)

所需要的最小能量是 eV。(质子电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ， $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$ 。)

$$W = -U_{\infty} q \text{ 或 } \sum \frac{1}{2} q \varphi$$

$$w = \frac{W}{eV} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r \cdot eV}$$

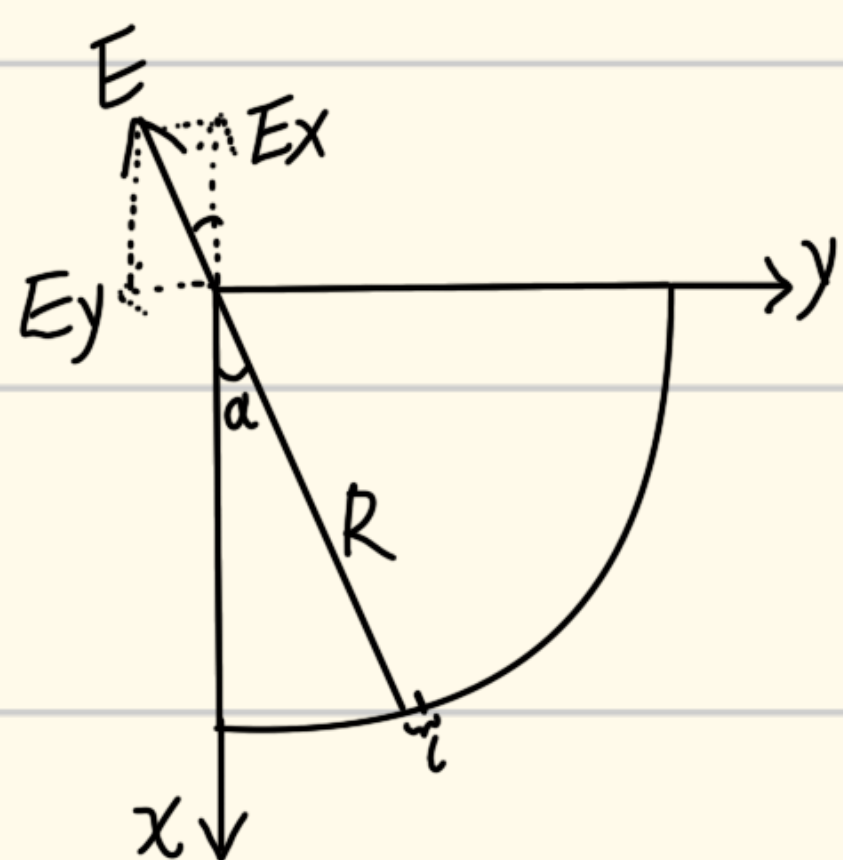
8. 空间某一区域的电势分布为 $\varphi = Ax^2 + By^2$, 其中 A 、 B 为常量, 则场强分布为 $E_x = \underline{\hspace{2cm}}$,

$$E_y = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}$$

$$E_y = -\frac{d\varphi}{dy}$$

2. 一无限长圆柱面, 其面电荷密度为 $\sigma = \sigma_0 \cos \alpha$, 式中 α 为半径 R 与 x 轴所夹的角, 如图 5-2-11 所示, 试求圆柱轴线上一点的场强。



$$\text{电荷线密度 } \lambda = \frac{\sigma \cdot l \cdot L_{\text{长度}}}{L_{\text{长度}}}$$

$$= \sigma_0 \cos \alpha \cdot R d\alpha$$

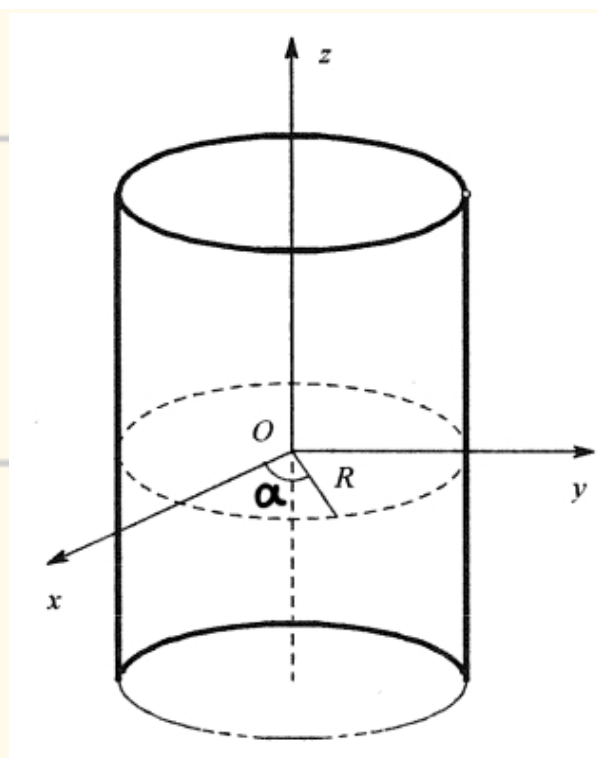
$$\text{场强 } dE = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

$$dE_x = -dE \cdot \cos \alpha$$

$$dE_y = -dE \cdot \sin \alpha$$

$$\text{积分, } E_x = -\frac{\sigma_0}{2\epsilon_0}, E_y = 0$$

$$\text{故轴线上一点场强为 } \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0}, \text{ 沿 } x \text{ 轴负向}$$



3. 一半径为 R 的带电球体, 其电荷体密度分布为 $\rho = Cr$ ($r \leq R$, C 为常量) $\rho = 0$ ($r > R$)

试求: (1) 带电球体的总电荷量; (2) 球内、外各点的电场强度; (3) 球内、外各点的电势。

(1) $\rho = Cr$ ($r < R$) $\Rightarrow$ 一个球面上的电荷密度相同

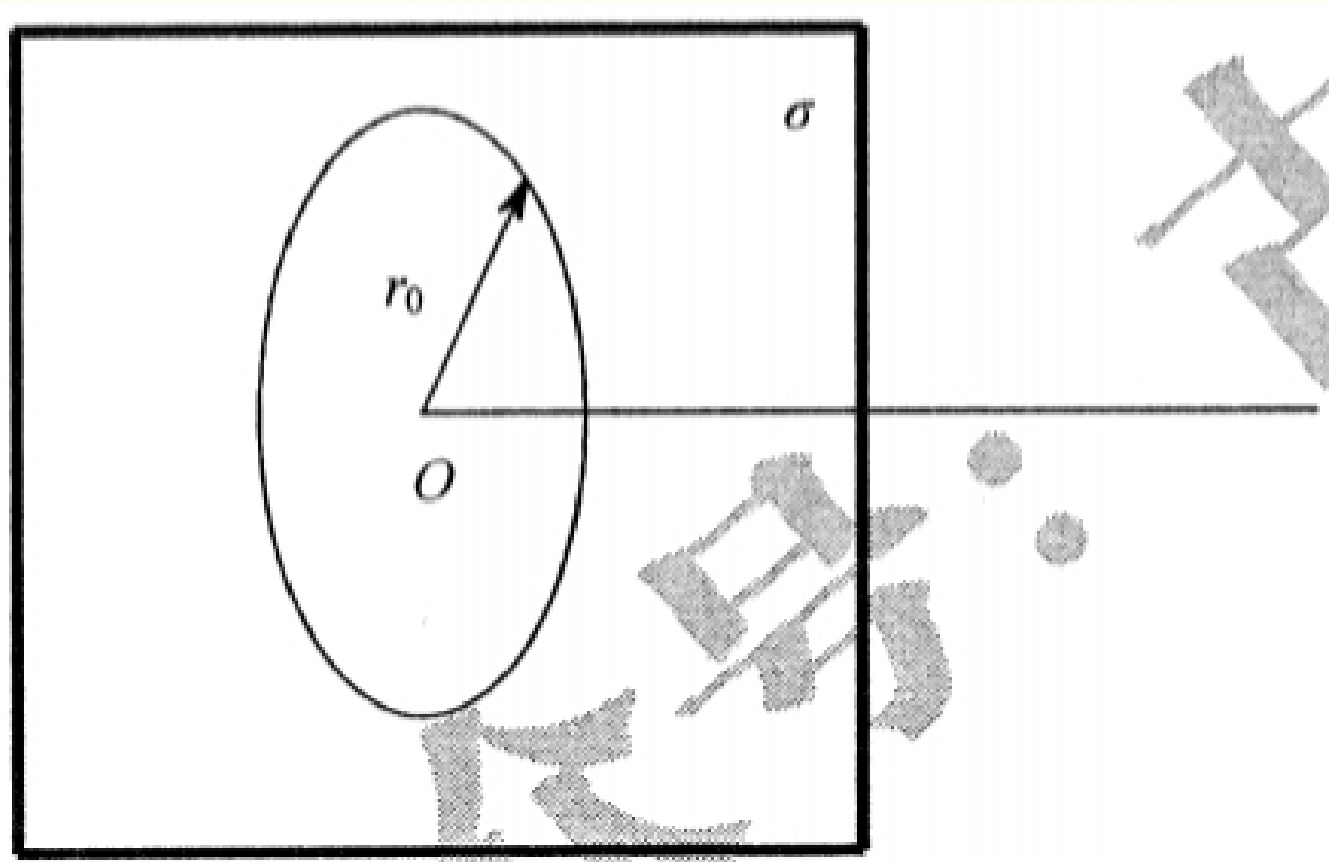
$$dq = 4\pi r^2 dr \cdot \rho \Rightarrow q = \int_0^R dq$$

(2) 注意, 球体电荷并不均匀, 所以 $q' \neq \frac{r^3}{R^3} q$

必须用 $\int_0^r 4\pi r^2 \rho dr$ 积分

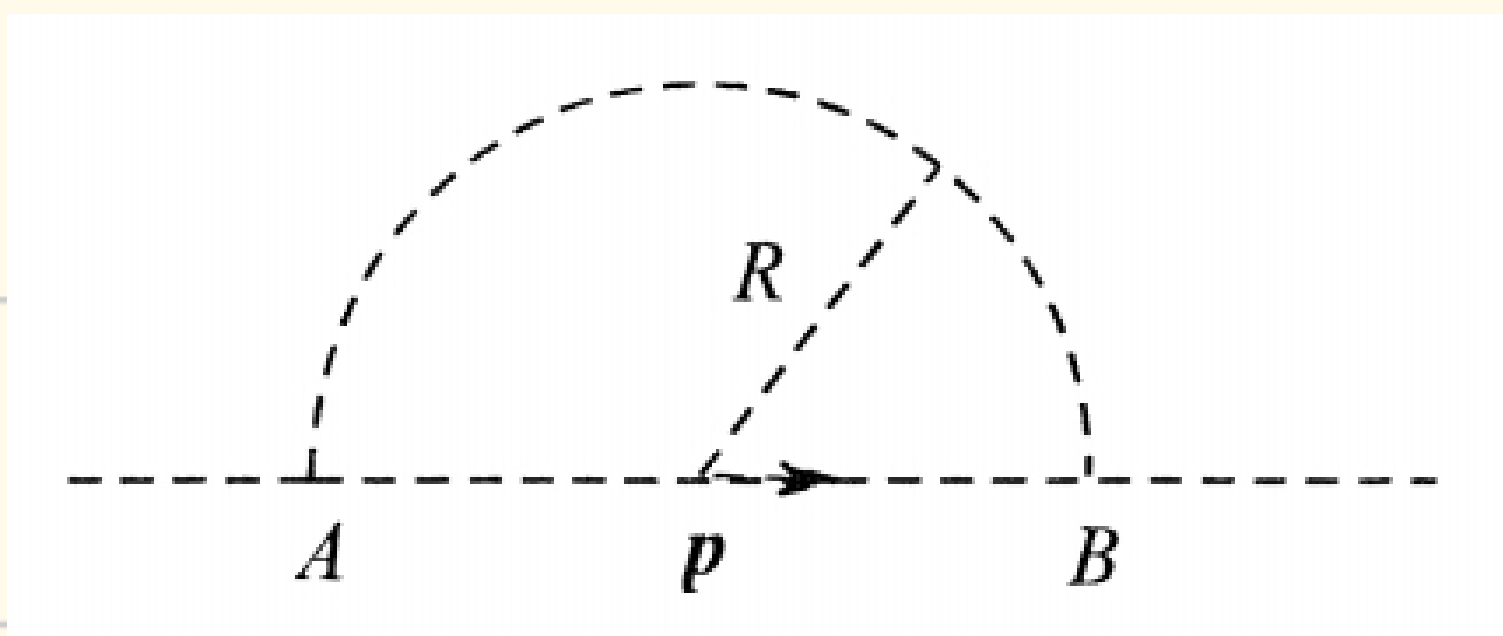
6. 一无限大平面中部有一半径为 r_0 的圆孔, 设平面上均匀带电, 电荷面密度为 σ , 如图 5-2-

14 所示。试求通过小孔中心 O 并与平面垂直的直线上各点的场强和电势。(提示: 选 O 点的电势为零。)

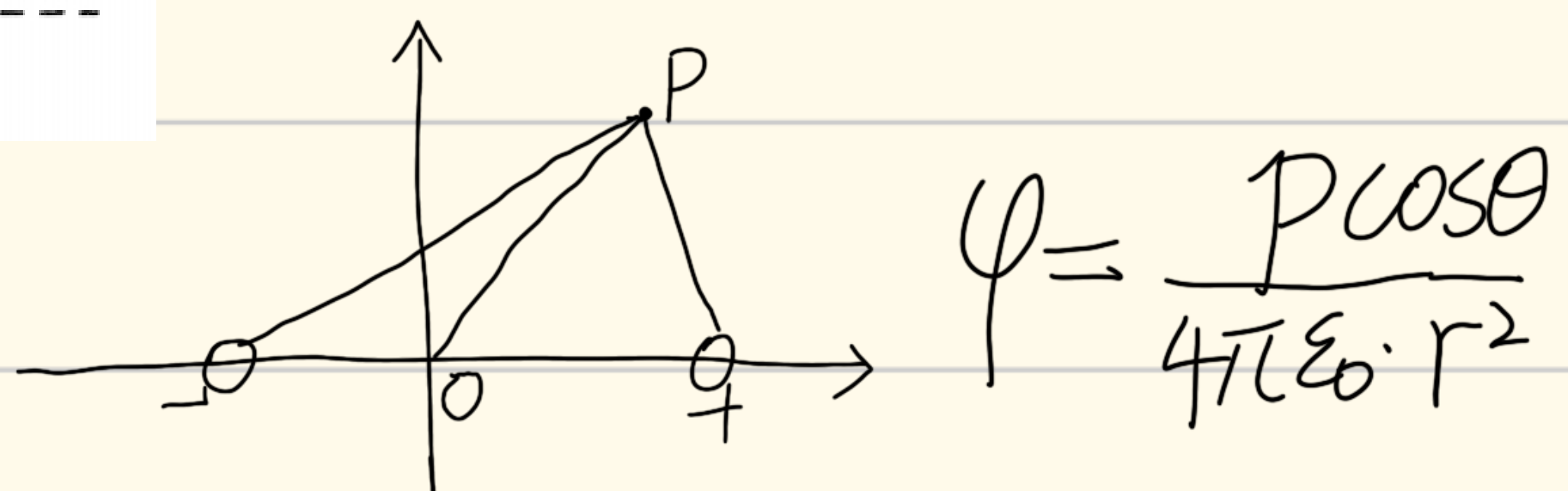


注意：圆盘轴线 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + r_0^2}} \right]$
 圆环轴线 $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x}{(x^2 + r_0^2)^{3/2}}$
 勿混淆

8. 如图 5-2-16 所示，在电矩为 $\vec{p}$ 的电偶极子的电场中，将一电荷为 q 的点电荷从 A 点沿半径为 R 的圆弧（圆心与电偶极子中心重合， $R \gg$ 电偶极子正负电荷之间距离）移到 B 点，求此过程中电场力所做的功。



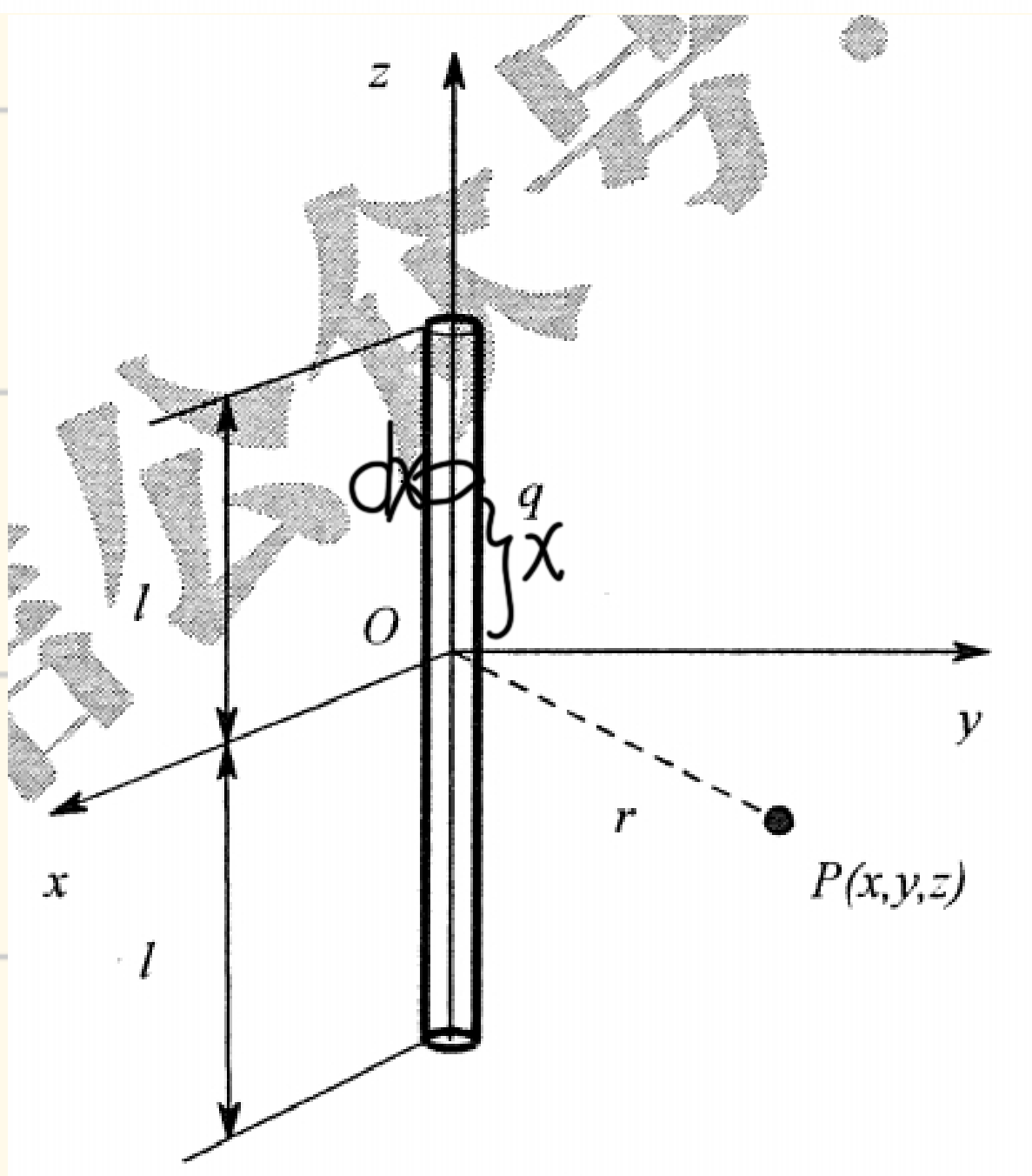
在电偶极子附近



$$W = -U_{AB} q = (\varphi_a - \varphi_b) \cdot q$$

$$= \frac{pq}{4\pi\epsilon_0 r^2} (\cos\pi - \cos 0) = -\frac{pq}{2\pi\epsilon_0 r^2}$$

9. 电荷量 q 均匀分布在沿 z 轴放置的长为 $2l$ 的直杆上，如图 5-2-17 所示。求直杆的中垂面上距离杆中心 O 为 r 处的 $P(x, y, 0)$ 点电势 φ ，并用电势梯度法求电场强度 $\vec{E}$ 。



$$\varphi = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 l} \int_{-l}^l \frac{dx}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

$$= \ln(x + \sqrt{r^2 + x^2}) \Big|_{-l}^l \quad \star$$

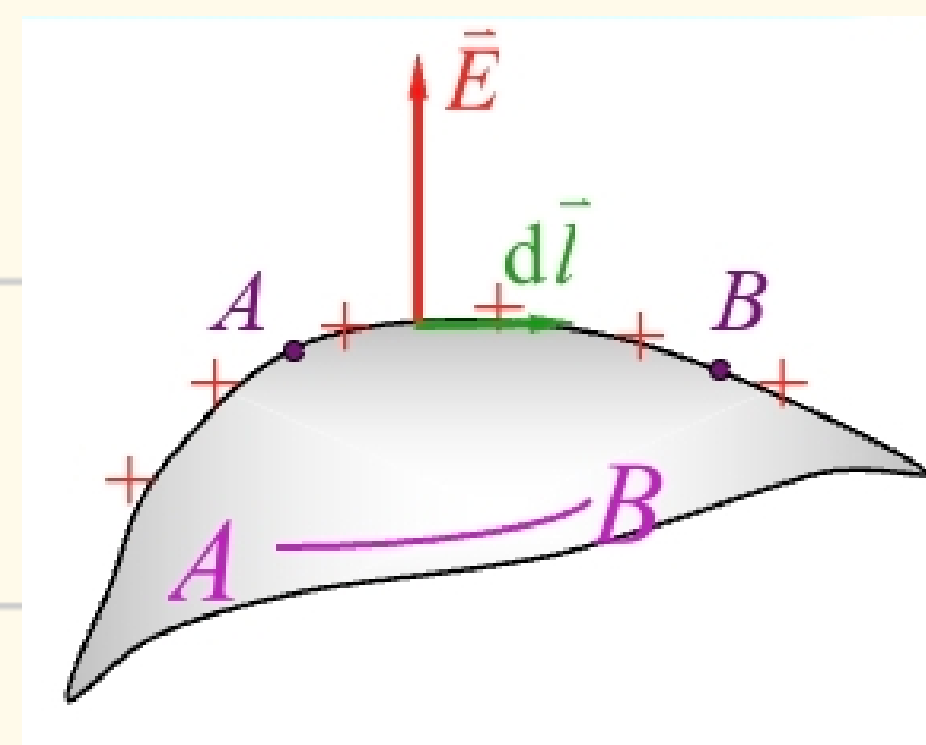
注意：无需将 $r^2 = x^2 + y^2$ 再 $E_x = -\frac{d\varphi}{dx}$
 可直接 $\frac{d\varphi}{dr}$, $E = \dots \vec{e}_r$

第六章 静电场中的导体和电介质

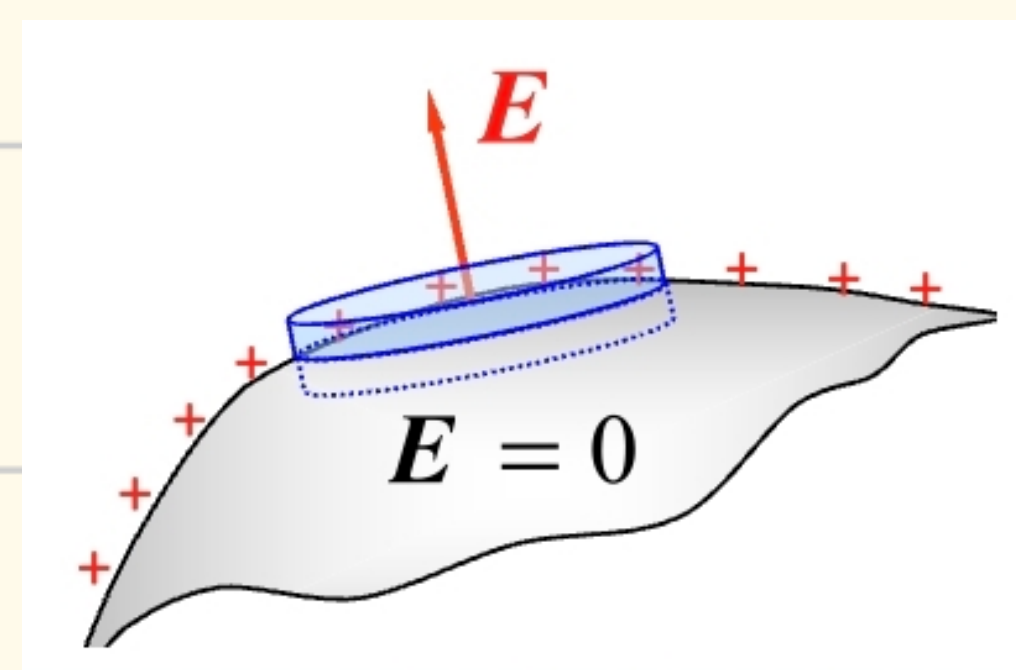
静电平衡状态

(导体内部、表面均无电荷定向移动)

导体是等势体 { 导体内部任意一点处 $E=0$
 $\Rightarrow$ 导体内部电势相等
 导体表面场强方向与表面垂直
 $\Leftrightarrow$ 导体表面是等势面

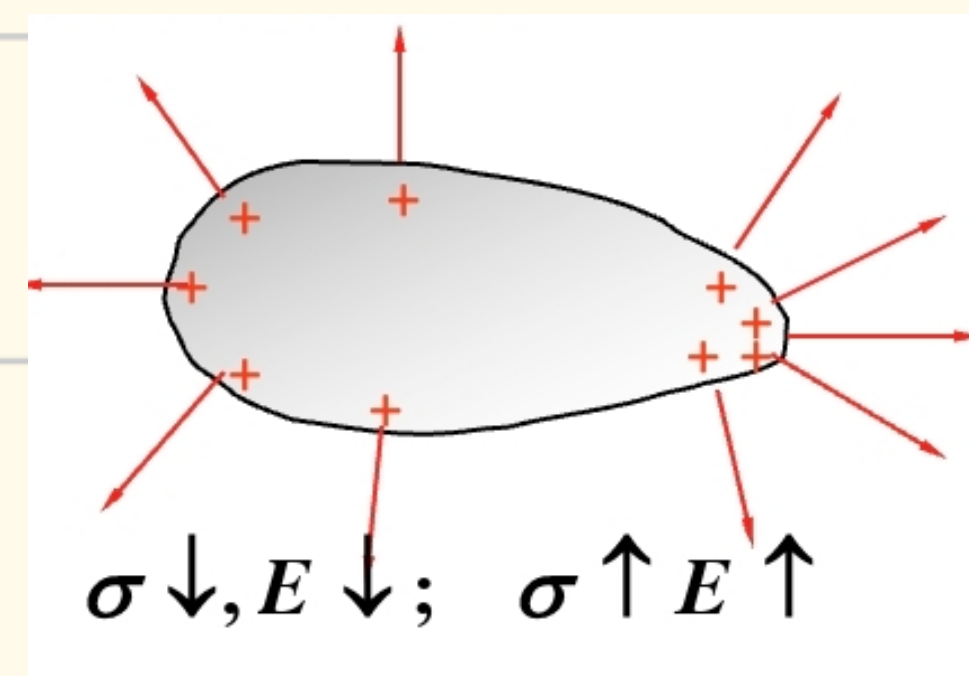


电荷分布 { 电荷只分布在导体表面, 内部没有电荷
 导体表面电场强度 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$



尖端放电现象

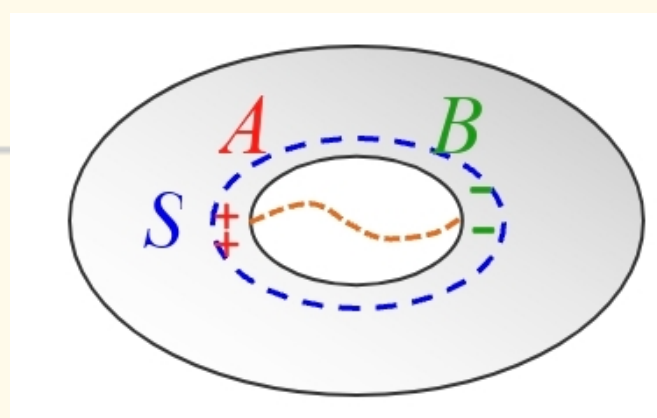
面电荷密度只取决于表面的曲率
 (孤立的球形带电导体, 电荷均匀分布)



静电屏蔽

导体空腔内无带电体

内表面无电荷, 电荷分布在外表面
 空腔无电场, 腔内等势区

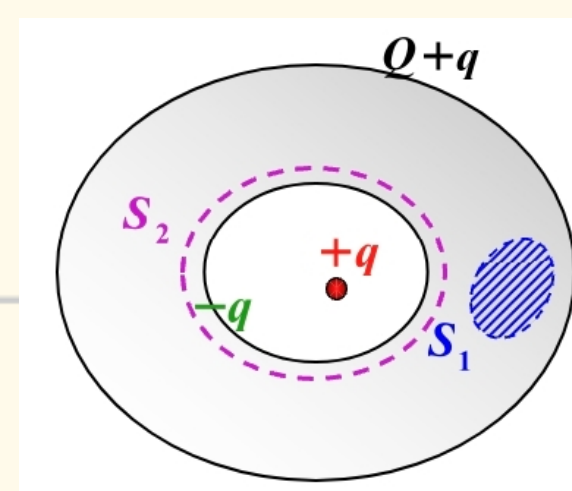


导体空腔内有带电体

内表面感应电荷与空腔内带电体等值异号

空腔内电场仅由腔内带电体与内表面感应电荷决定

空腔外电场 { 不受腔内q位置变化影响 若 不接地
 受腔内q位置变化影响 若 接地
 $\varphi=0$



举例

eg. 不带电金属球外存在一点电荷+q

若不接地, 球心O处电场

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_{\text{感生}} + \vec{E}_{\text{电荷}}$$

由于导体内电场为0, 即 $E_0 = 0$

$$\vec{E}_{\text{感生}} = -\vec{E}_{\text{电荷}}$$

感生电荷在球心电势

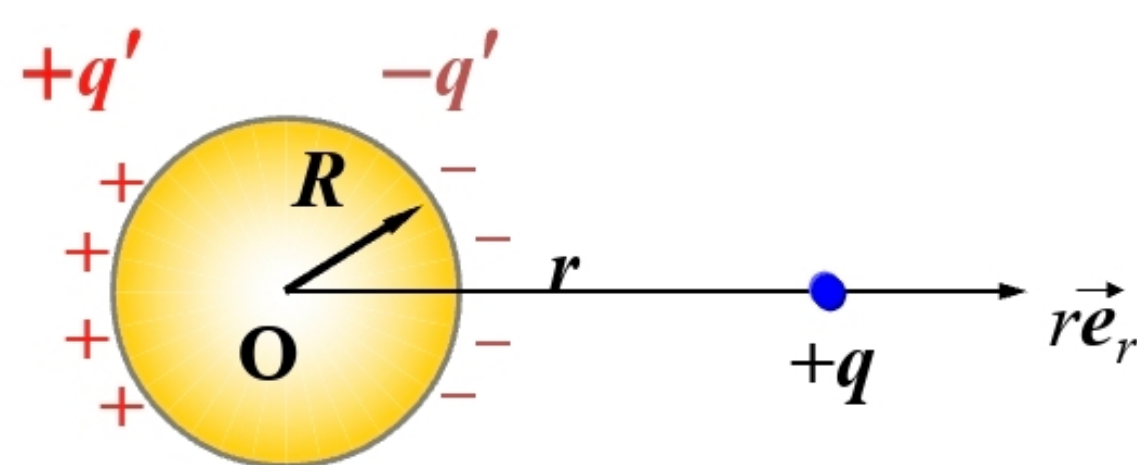
$$\varphi_{\text{感生}} = \varphi_{\text{球体表面}} = \frac{(+q) + (-q)}{4\pi\epsilon_0 R} = 0$$

点电荷在球心电势

$$\varphi_{\text{电荷}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

球心O电势

$$\varphi_0 = \varphi_{\text{感生}} + \varphi_{\text{电荷}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$$



若接地, 设球上有净的负电荷 q_0

圆心O处电势 $\varphi_0 = \varphi_{\text{大地}} = 0$

$$\varphi_0 = \varphi_{\text{感生}} + \varphi_{\text{点}} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\text{故 } q_0 = -\frac{R}{a}q$$

eg. 两块大金属平板, 一块带电Q, 另一块不带电

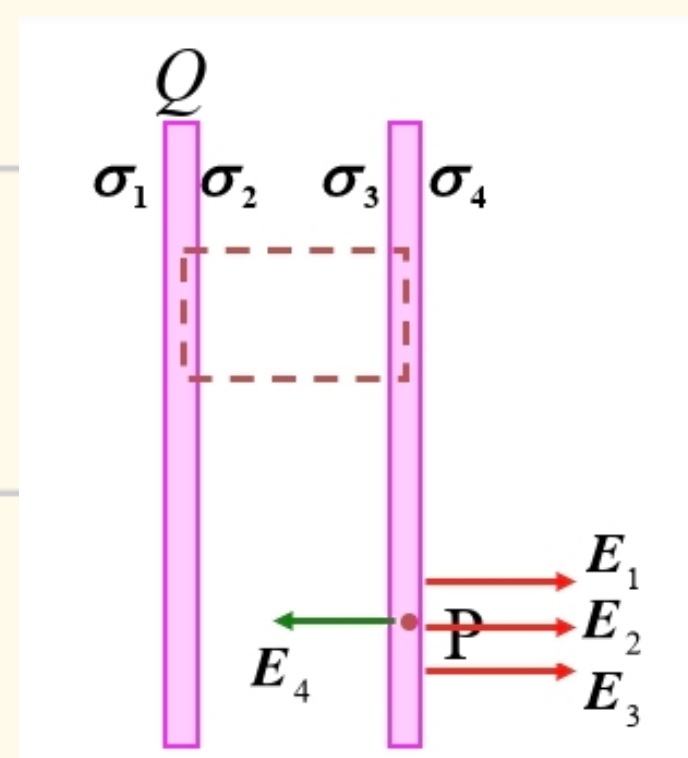
设四个表面电荷面密度为 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$

若另一块板不接地

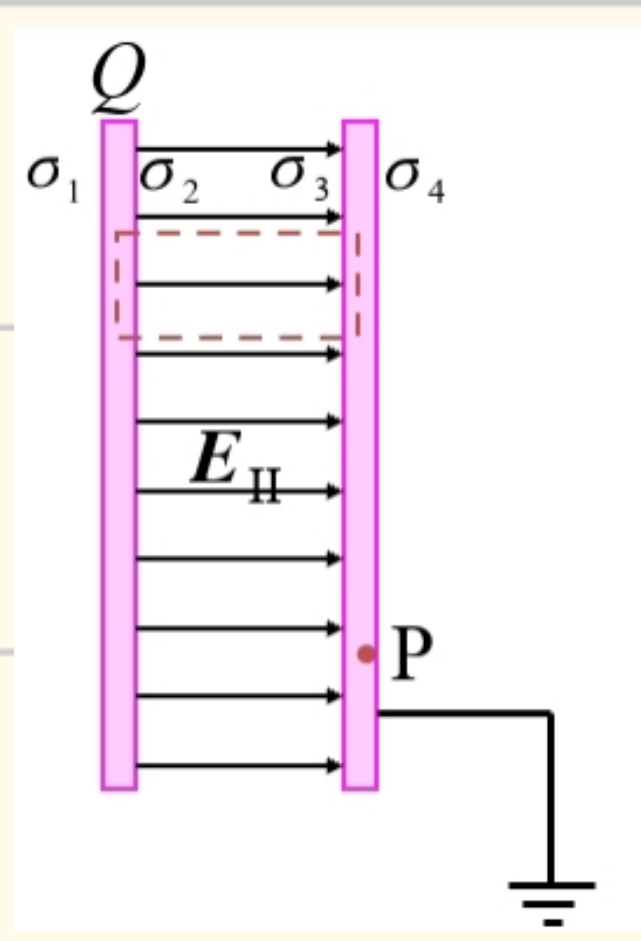
由电荷守恒知 $(\sigma_1 + \sigma_2) \cdot S = Q$ $(\sigma_3 + \sigma_4) \cdot S = 0$

作高斯面 $\sigma_2 + \sigma_3 = 0$

$$\text{金属板内任一点 } E = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_4}{2\epsilon_0} = 0$$



解得 $Q_1 = Q_2 = Q_4 = \frac{Q}{2}, Q_3 = -\frac{Q}{2}$
 若另一块板接地
 金属板右侧电荷会被分散至地球
 $Q_4 = 0$
 同样有电荷守恒 $Q_1 + Q_2 = \frac{Q}{2}$
 高斯定理 $Q_2 + Q_3 = 0$
 内部场强为零 $\frac{Q_1}{2\epsilon_0} + \frac{Q_2}{2\epsilon_0} + \frac{Q_3}{2\epsilon_0} + \frac{Q_4}{2\epsilon_0} = 0$
 解得 $Q_1 = 0, Q_2 = \frac{Q}{2}, Q_3 = -\frac{Q}{2}, Q_4 = 0$

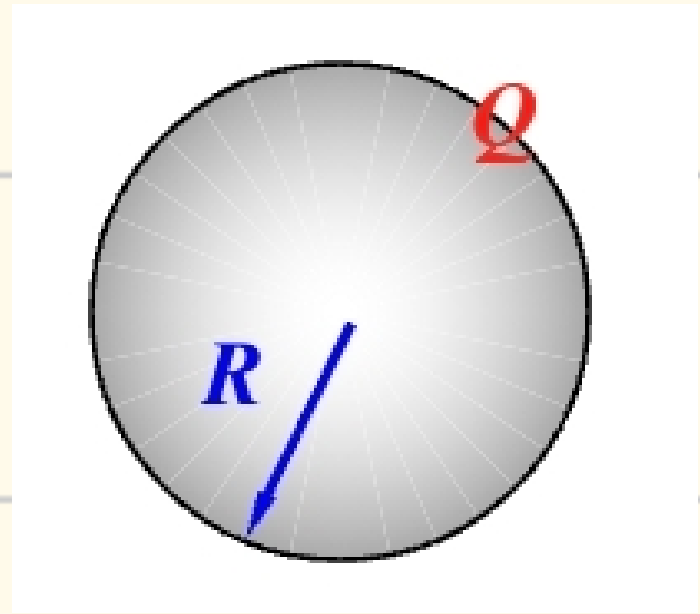


电容

电容 $C = \frac{Q}{\varphi}$ 单位 $1F = 10^6 \mu F = 10^{12} pF$

孤立导体球电容

$$C = \frac{Q}{\varphi} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}} = 4\pi\epsilon_0 R$$



电容器电容

$$C = \frac{Q}{\varphi_A - \varphi_B} = \frac{Q}{U}$$

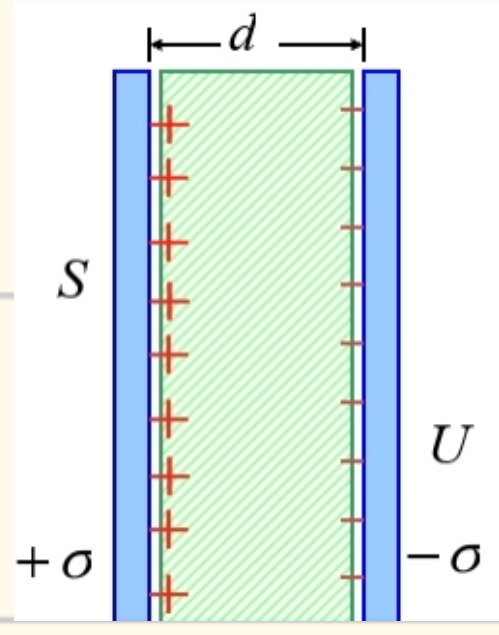
电容大小只与导体形状、相对位置有关，与电荷量无关

电容器电容计算

平行板电容器

$$U = Ed = \frac{Q}{\epsilon_0 S} d = \frac{Q}{\epsilon_0 S} d$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

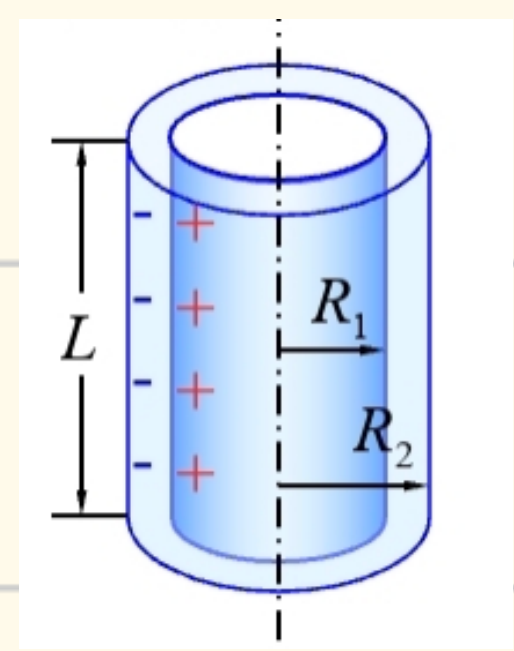


圆柱形电容器

$$U = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

若 $d = R_2 - R_1 \ll R_1$ 时, $C \approx \frac{\epsilon_0 S}{d}$

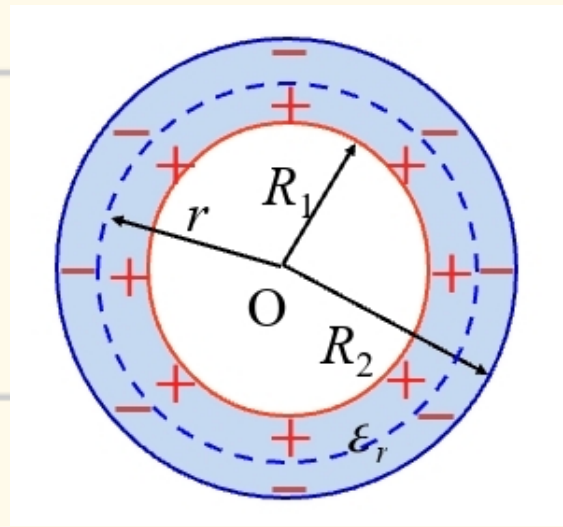


球形电容器

$$U = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

当 $R_2 \rightarrow \infty$ 时, $C = 4\pi\epsilon_0 R$

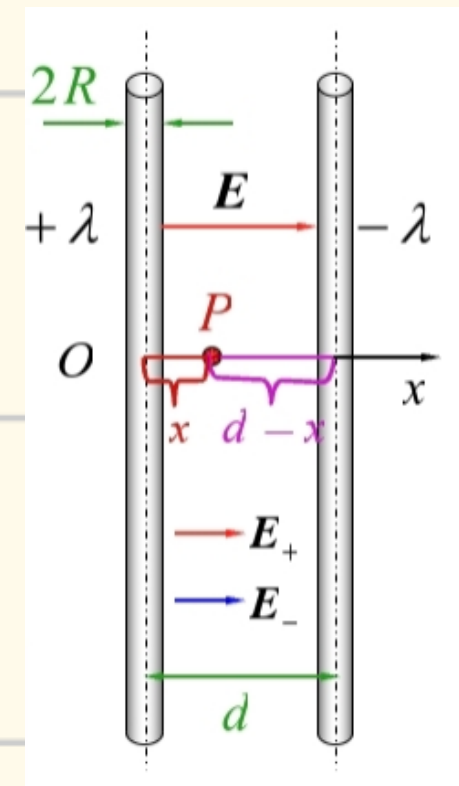


平行直导线电容器

$$U = \int_R^{d-R} E dx = \int_R^{d-R} \left[\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 (d-x)} \right] dx$$

$$\approx \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{R}$$

单位长度电容 $C = \frac{\lambda}{U} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{d}{R}}$



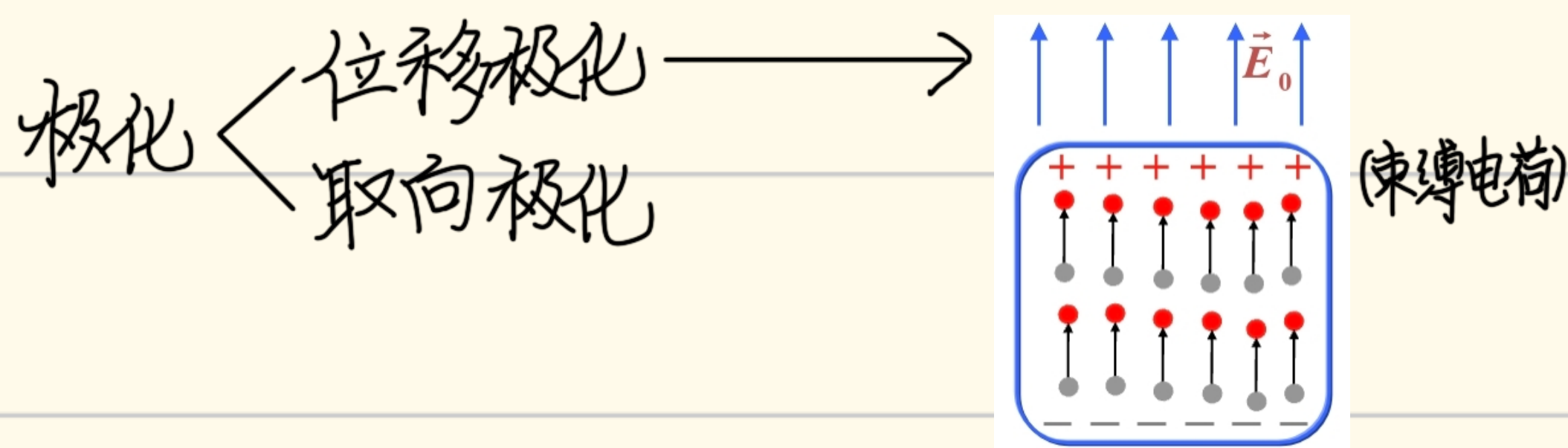
电容器的连接

电容器串联: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

电容器并联: $C = C_1 + C_2$

电介质的极化

电介质 $\begin{cases} \text{无极分子} \\ \text{有极分子} \end{cases}$ $\vec{P} = q\vec{l}$ (固有电矩)



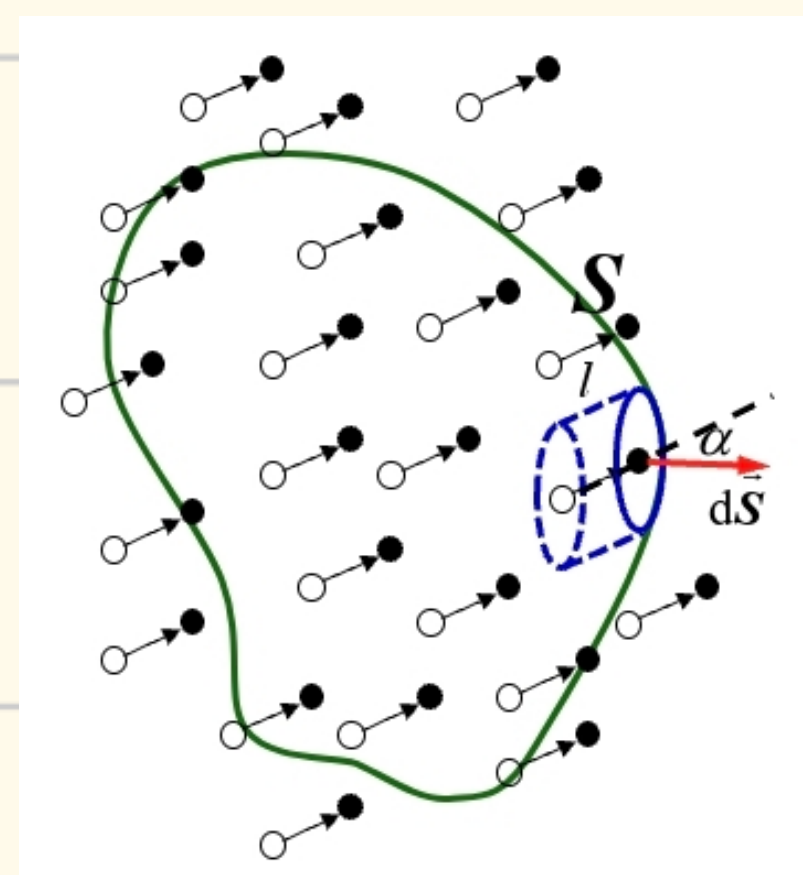
极化强度

(单位体积内电偶极矩的矢量和) $\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}$

对均匀极化的电介质 $\vec{P} = n\vec{p} = nq\vec{l}$

束缚电荷面密度 $\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{e}_n$

体束缚电荷 $q' = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$



极化规律

$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$, χ_e 为介质电极化率

高斯定理

$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_0$

电位移矢量 $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} \cdot (1 + \chi_e)$

$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E}$

$\epsilon_r = 1 + \chi_e$ 为相对介电常量, $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ 为介电常量

例

例1 把一块相对电容率 $\epsilon_r = 3$ 的电介质, 放在极板间相距 $d = 1\text{mm}$ 的平行平板电容器的两极板之间。放入之前, 两极板的电势差是 1000V 试求两极板间电介质内的电场强度 E , 电极化强度 P , 极板和电介质的电荷面密度, 电介质内的电位移 D 。

无介质 $q_1 = \oint \epsilon_0 \vec{E}_1 \cdot d\vec{S}$

有介质 $q_2 = \oint \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}_2 \cdot d\vec{S}$

$\times q_1 = q_2$, 有 $\vec{E}_2 = \frac{1}{\epsilon_r} \vec{E}_1 = \frac{1}{\epsilon_r} \cdot \frac{U}{d}$

电极板面电荷密度 $\sigma_0 S = Q = CU = \frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot E d$
即 $\sigma_0 = \epsilon_0 E$

例

例3 一平行平板电容器充满两层厚度各为 d_1 和 d_2 的电介质, 它们的相对电容率分别为 ϵ_{r1} 和 ϵ_{r2} , 极板面积为 S 。求: 电容器的电容。

$\oint D ds = \oint \epsilon_0 \epsilon_r E ds = \sigma_0 S$

$E_1 = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}}$

$C = \frac{Q_1}{U_1} = \frac{\sigma_0 S}{E_1 d_1} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} S}{d}$

$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ 串联

带电体系的静电能

点电荷系相互作用能



设 n 个静止电荷所组成的电荷系，将各电荷从彼此相距无限远搬运到现有位置时，外力克服它们之间的静电力所做的功——电荷系的静电相互作用能（互能）

$$\text{互能 } W = \frac{1}{2} \cdot \sum_i q_i \varphi_i$$

连续分布电荷元系统静电能

$$\text{自能 } W = \frac{1}{2} \int \varphi dq$$

带电系统的电场总能量

$$W = \int_V w_e dV, \text{ 电场能量密度 } w_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \\ = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2 = \frac{1}{2} D E$$

电容器的电能

$$W = \int_0^Q U dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

$$\text{故 } W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q U = \frac{1}{2} C U^2$$

例:

例1 真空中一个均匀带电球体 (R, q)，试利用电场能量公式求此带电系统的静电能。

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

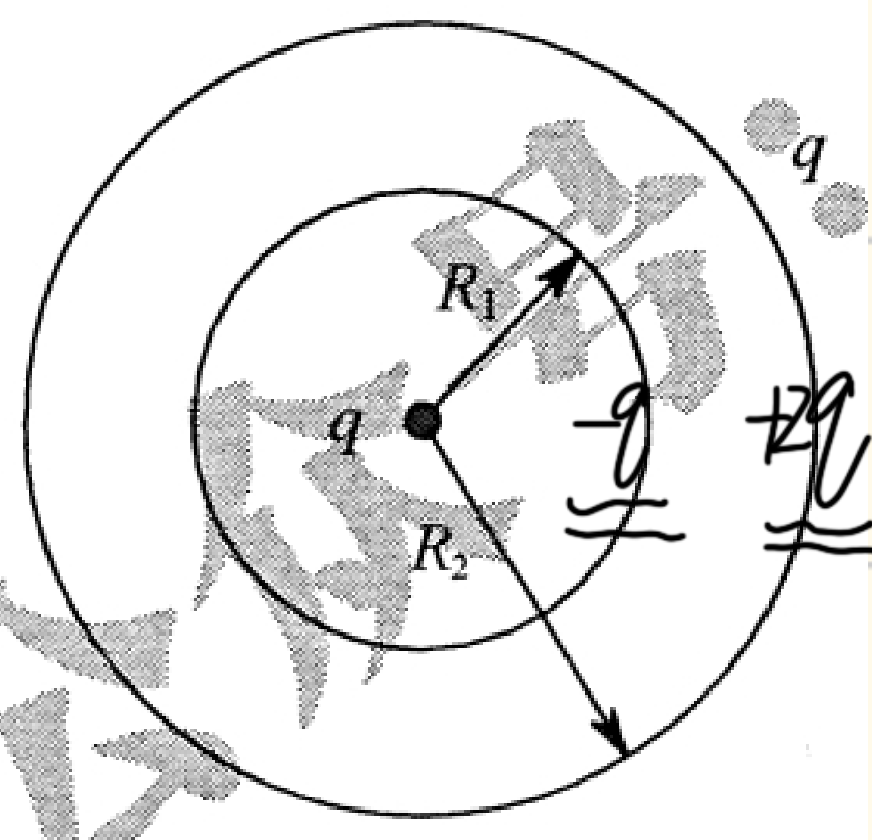
$$w_e = \epsilon_0 \epsilon_r E^2 = \epsilon_0 E^2 \text{ (真空 } \epsilon_r = 1)$$

$$W = \frac{1}{2} \int_0^R \epsilon_0 E_1^2 \cdot dV + \frac{1}{2} \int_R^\infty \epsilon_0 E_2^2 dV$$

hw 6

2.如图 6-1-1 所示, 内、外半径分别为 R_1 和 R_2 的空心导体球壳, 带电荷量为 q 。当球壳中心处再放一电荷量为 q 的点电荷时, 则导体球壳的电势 (设无穷远处为电势零点) 为 ()

- (A) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1}$ (B) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$ (C) $\frac{q}{2\pi\epsilon_0 R_1}$ (D) $\frac{q}{2\pi\epsilon_0 R_2}$



导体球壳壳体内无电场, 等势, 电荷也仅分布在壳体内外面

$$\Rightarrow \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

4.一空气平行板电容器, 极板面积为 S , 两极板上分别带电荷量 $\pm q$, 若不考虑边缘效应, 在两极板间的相互作用力为 ()

- (A) $\frac{q^2}{\epsilon_0 S}$ (B) $\frac{q^2}{2\epsilon_0 S}$ (C) $\frac{q^2}{2\epsilon_0 S^2}$ (D) $\frac{q^2}{\epsilon_0 S^2}$

视一极为源电荷 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{q}{2\epsilon_0 S}$, 另一极为带电体

$$F = Eq = \frac{q^2}{2\epsilon_0 S}$$

(不对电场强度 E 产生影响)
即 E 仅为一个极板产生的, 不是两个叠加

5.下列关于高斯定理的说法中哪一个是正确的? ()

- (A) 高斯面上各点电位移矢量 $\vec{D}$ 为零, 则面内必不存在自由电荷
(B) 高斯面内不包围自由电荷, 则面上各点电位移矢量 $\vec{D}$ 为零
(C) 高斯面的 $\vec{D}$ 通量仅与面内自由电荷有关

$\vec{D}$ 的通量为 0 ($\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$)

包围电荷代数和为 0 ($\sum q_i$)

6.一导体球外充满相对介电常量为 ϵ_r 的均匀电介质, 若测得导体表面附近电场强度为 $\vec{E}$, 则导体球面上的自由电荷面密度 σ 为 ()

- (A) $\epsilon_0 E$ (B) $\epsilon_0 \epsilon_r E$ (C) $\epsilon_r E$ (D) $(\epsilon_0 \epsilon_r - \epsilon_0) E$

自由电荷面密度

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

$$\sigma_{\text{总}} = \frac{q}{S} = D = \epsilon_0 \epsilon_r E$$

束缚电荷面密度

$$\sigma' = \chi_r \epsilon_0 E$$

$$= (\epsilon_r - 1) \epsilon_0 E$$

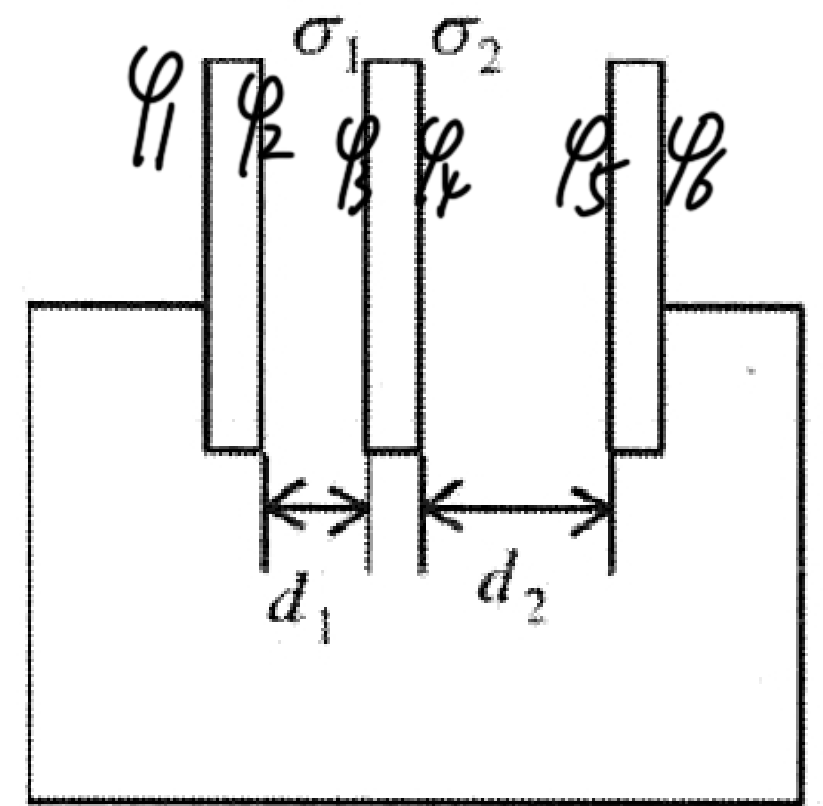
2. 三块互相平行的导体板，相互之间的距离 d_1 和 d_2 比板的线度小得多，如图 6-1-7 所示。外面二板用导线连接，中间板上带电。设中间板的左右两面上电荷面密度分别为 σ_1 和 σ_2 。则比值 σ_1/σ_2 为_____。

等势
 $\varphi_1 = \varphi_6$

金属板内无电场 $\Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2$
 $\varphi_3 = \varphi_4$
 $\varphi_5 = \varphi_6$

$\Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_5 = \varphi_6, \varphi_3 = \varphi_4$

$\Rightarrow U_{32} = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0} d_1 = U_{45} = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0} d_2$



3. 一极板间距为 d 的空气平行板电容器，其电容为 C 。充电至板间电压为 U ，然后将电源断开，在两板间平行地插入一厚度为 $d/3$ 的金属板，则板间电压变成 $U' =$ _____，该电容器的电容变为 $C' =$ _____。

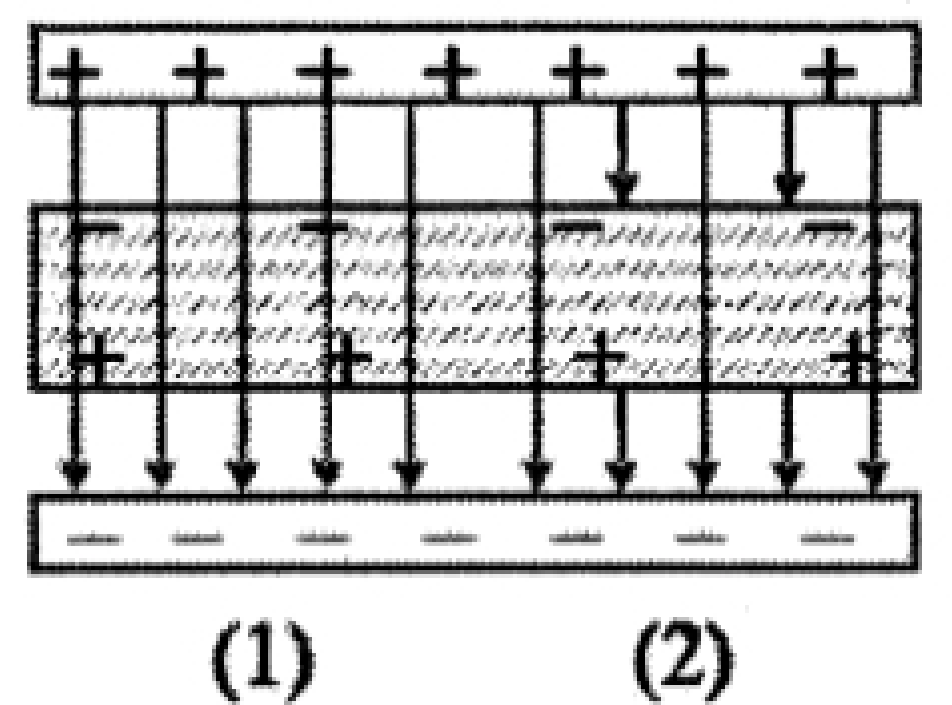
导体：内部场强为零，等势

$\Rightarrow$ 相当于减少了极板间的距离

5. 平行板电容器中充有各向同性均匀电介质。如图 6-1-8 所示，两组带有箭头的线分别表示电场线和电位移，则其中 (1) 为_____，(2) 为_____。

$\oint D ds = \Sigma q, D = 0$ 处处相等

$E = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_r}$ ，空气 $E >$ 电介质 E

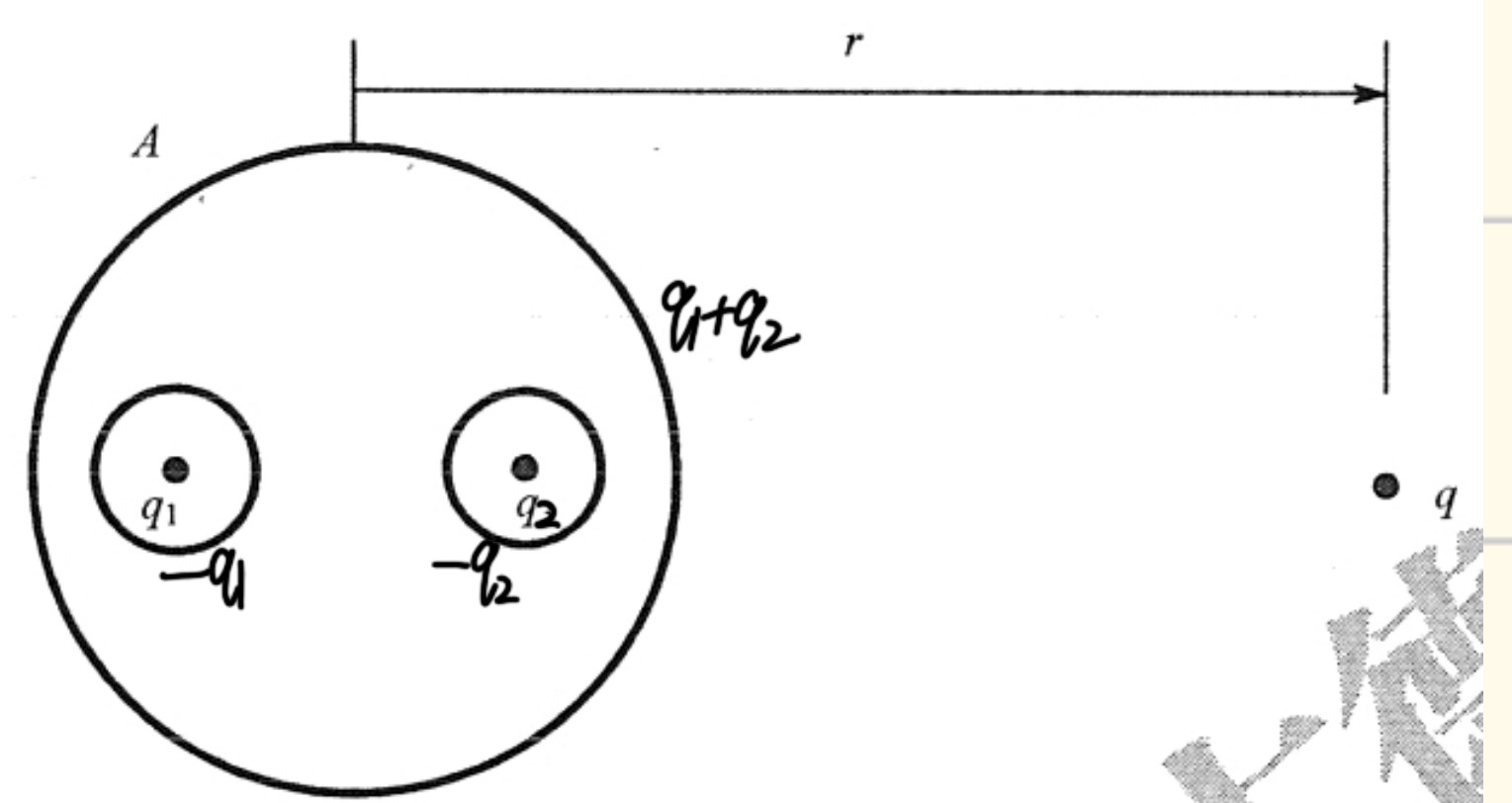


1. 一原来不带电的导体球 A，其内部有两个球形空腔，今在两空腔中心分别放置点电荷 q_1 和 q_2 ，在距离导体球 A 很远的 r (r 远大于球 A 的线度) 处放一点电荷 q ，如图 6-1-9 所示，求：(1) 作用于 q_1 和 q_2 上的力；(2) q 所受的作用力；(3) A 外表面的电荷量并讨论其分布特点。

空腔内的电荷 q_1, q_2 不受外界影响

$\Rightarrow F_{q_1} = F_{q_2} = 0$

因 r 较大，球体视为点电荷， $F_q = \frac{(q_1 + q_2) \cdot q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
A 表面感应电荷视为均匀分布

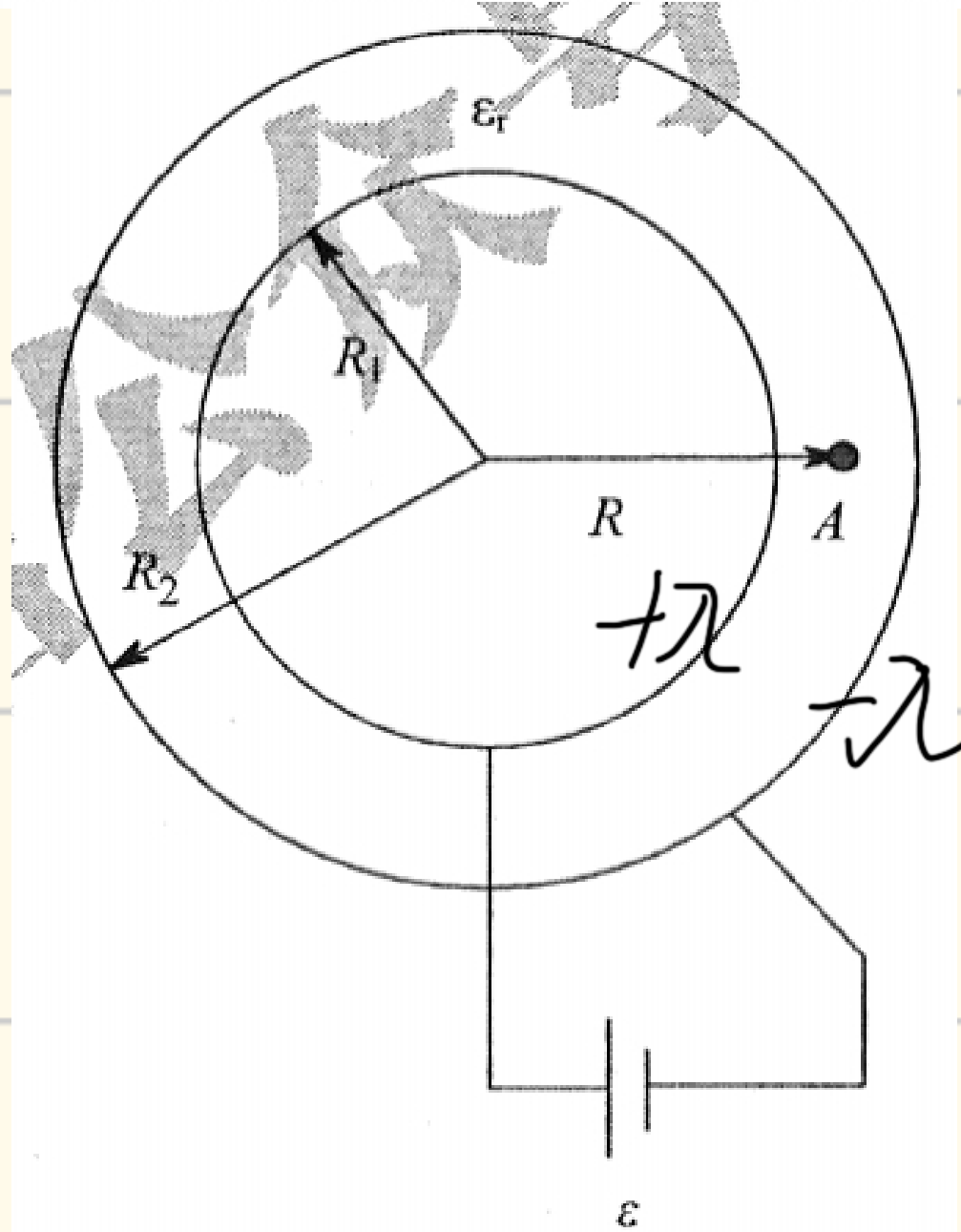


4. 一圆柱形电容器，内、外圆筒的半径分别为 $R_1 = 0.02m$ ， $R_2 = 0.04m$ ，其间充满相对介电常量为 ϵ_r 的各向同性的均匀电介质。现将电容器接在电动势 $\epsilon = 30V$ 的电源上，如图 6-1-12 所示，试求：(1) 在距离轴线 $R = 0.03m$ 处的 A 点的电场强度；(2) A 点与外筒间的电势差。

圆柱外，视圆筒为直线，

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

电势差 $\epsilon = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} d\vec{r}$ 解出 λ

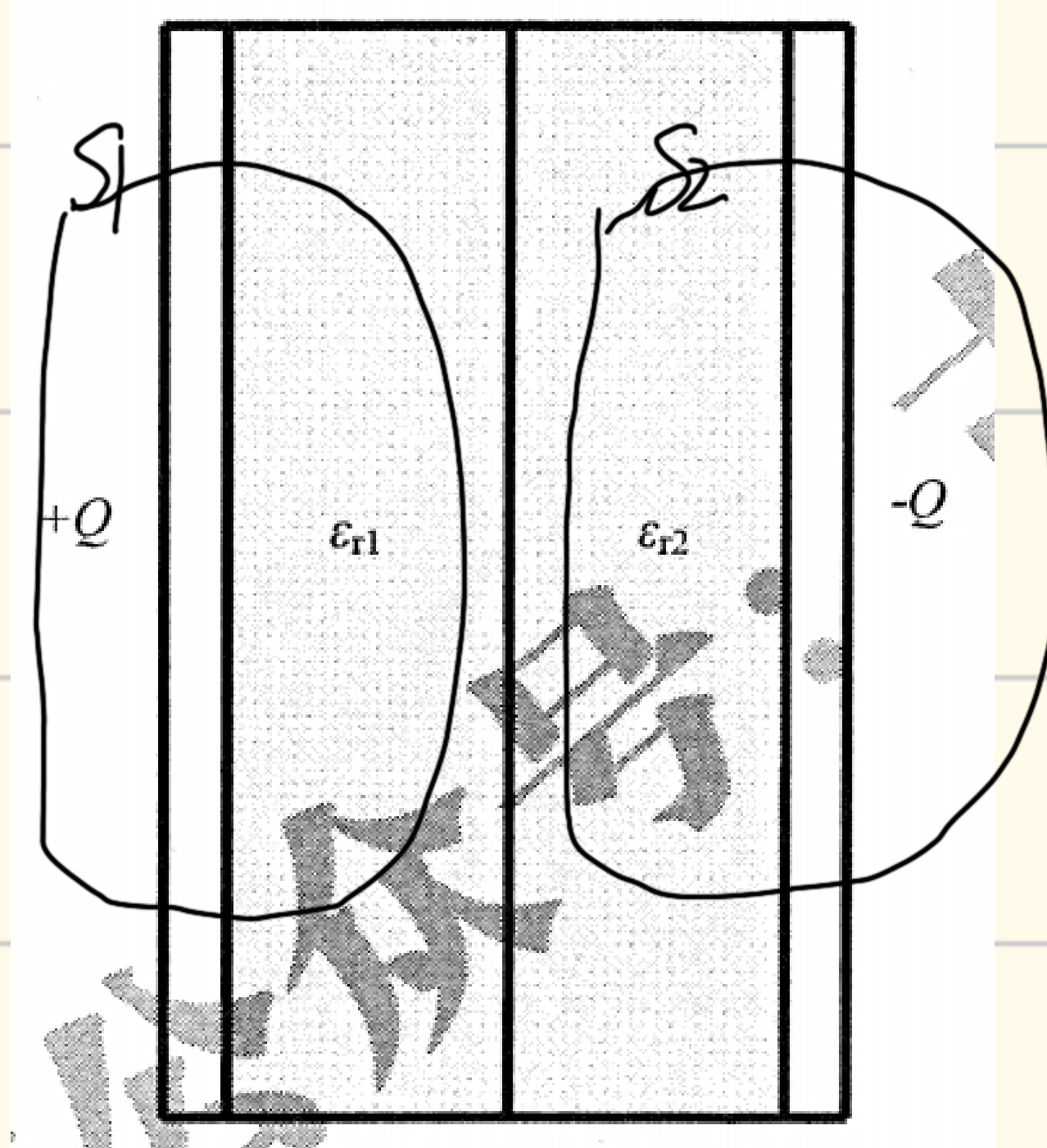


5. 一平行板电容器，两极板之间充满两层各向同性的均匀电介质，相对介电常量分别为 ϵ_{r1} 和 ϵ_{r2} ，如图 6-1-13 所示。已知两极板上自由电荷分别为 $+Q$ 和 $-Q$ ，极板面积为 S 。求两种电介质中的电极化强度 $\vec{P}_1$ 和 $\vec{P}_2$ ，及两层电介质分界面上的束缚电荷面密度 σ' 。

$$\oint_{S_1} \vec{D}_1 d\vec{S} = Q \quad \oint_{S_2} \vec{D}_2 d\vec{S} = Q$$

$$\Rightarrow \vec{D}_1 = \vec{D}_2 \quad \text{求出 } \vec{P} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1) \cdot \frac{\vec{D}}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

$$\sigma' = \vec{P}_1 \cdot \vec{e}_{n1} + \vec{P}_2 \cdot \vec{e}_{n2} = \left(\frac{1}{\epsilon_{r2}} - \frac{1}{\epsilon_{r1}}\right) \cdot \frac{Q}{S}$$



6. 两金属球的半径之比为 1:4，带等量的同号电荷。当两者的距离远大于两球半径时，有一定的电势能。若将两球接触一下再移回原处，则电势能变为原来的多少倍？

$$W_0 = \sum_i \frac{1}{2} q_i \varphi_i$$

$$= \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (4R)}$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2q}{5} \cdot \frac{\frac{2}{5}q}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8q}{5} \cdot \frac{\frac{8}{5}q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

电势相同，电荷重新分配

两球之间产生的 φ 忽略不计
球视为带电点电荷

1. 一电容为 C 的空气平行板电容器，极板间距为 d 。充电后，两极板间相互作用力为 F ，则两极板间的电势差为____，极板上的电荷为____。

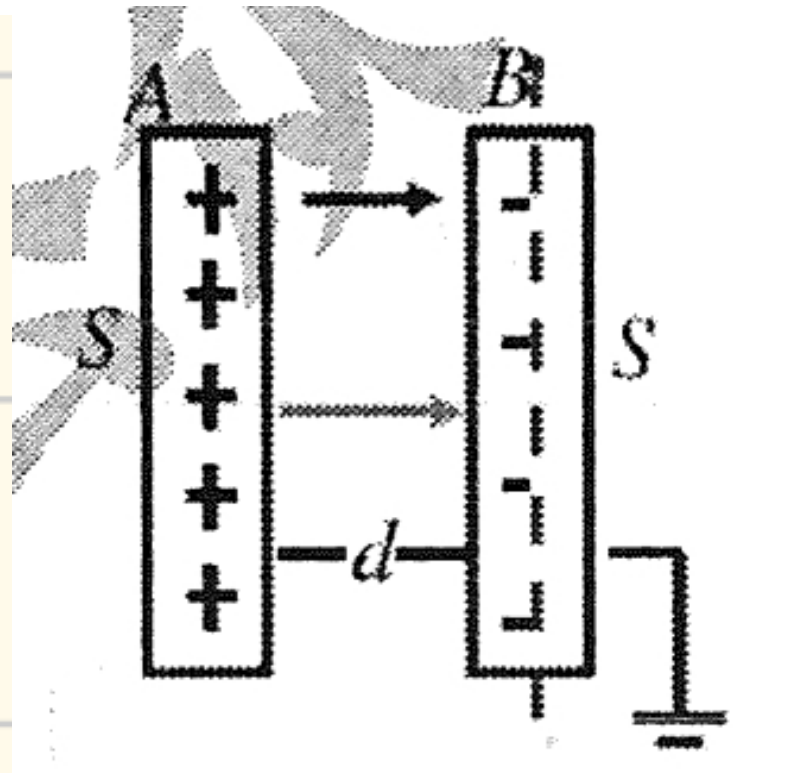
相互作用力 $F =$ 视一个板为场源，另一板只受力而不影响 E

$$\Rightarrow E \neq \frac{U}{d} = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{d} \quad \text{两个板累积作用}$$

$$\Rightarrow E = \frac{0}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{Q}{2Cd} \equiv \frac{F}{Q}$$

$$\Rightarrow Q = \sqrt{2F Cd}$$

2. 如图 6-2-5 所示，把一块原来不带电的金属板 B，移近一块已带有正电荷 Q 的金属板 A，平行放置。设两板面积都是 S ，板间距离是 d ，忽略边缘效应。当 B 板不接地时，两板间电势差 $U_{AB} =$ ____；当 B 板接地时，两板间电势差 $U'_{AB} =$ ____。



注意：不是平行板电容器!!!
只是电磁感应

B 不接地时

$$\begin{cases} b_1 + b_2 = 0 \\ E_p = \frac{1}{2\varepsilon_0} (b + b_1 - b_2) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b_1 = -\frac{b}{2}, b_2 = \frac{b}{2}$$

$$U_{AB} = \left(\frac{0}{2\varepsilon_0} - \frac{b_1}{2\varepsilon_0} - \frac{b_2}{2\varepsilon_0} \right) d$$

6. 一圆柱形电容器，外柱半径为 R_1 ，内柱半径 R_2 可适当调节，且内外圆筒之间充满各向同性的均匀电介质，相对介电常量为 ε_r ，若电介质的击穿电场强度大小为 E_0 。试求，如何选择内柱半径 R_2 ，使该电容器能够承受的电势差最大。（自然对数的底 $e = 2.7183$ ）

当 $r = R_2$ 内径时， $E_{\max} = E_0$

$$U = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \ln \frac{R_1}{R_2}$$

$$\lambda = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_2 E_0$$

$$= R_2 E_0 \ln \frac{R_1}{R_2}$$

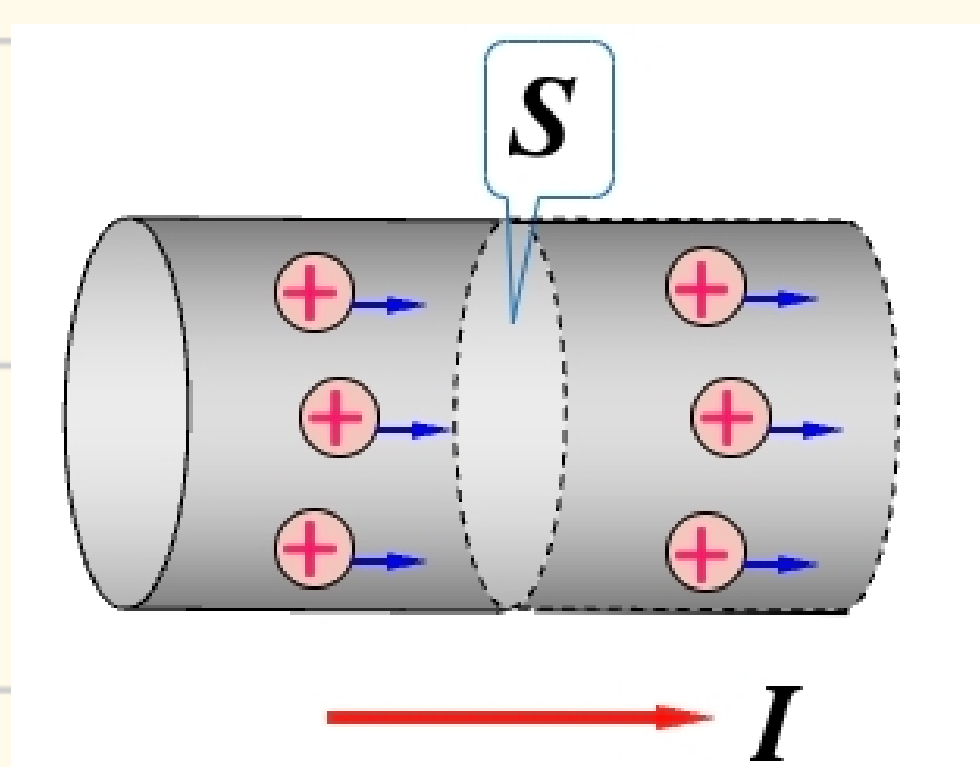
$$\Rightarrow \frac{dU}{dR_2} = 0, R_2 = \frac{R_1}{e}$$

第七章 恒定电流与恒定磁场

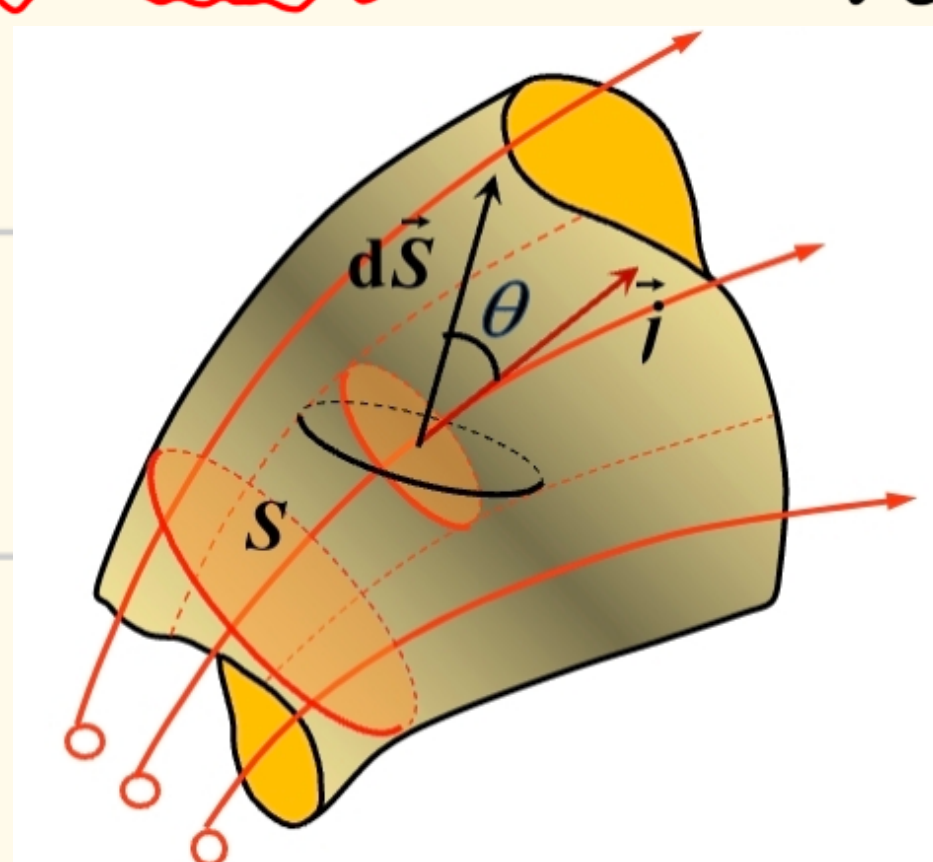
电流

电流定义: $I = \frac{dq}{dt}$

$I = nq u S$, u 为电子漂移速度大小



$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \int_S j \cos\theta dS$, $\vec{j} = nq\vec{u}$ 电流矢量密度
($\vec{j}(x, y, z)$ 组成矢量电流场)



电流的连续性方程:

$$I = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = - \frac{dq_{in}}{dt}$$

恒定电流:

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = - \frac{dq_{in}}{dt} = 0$$

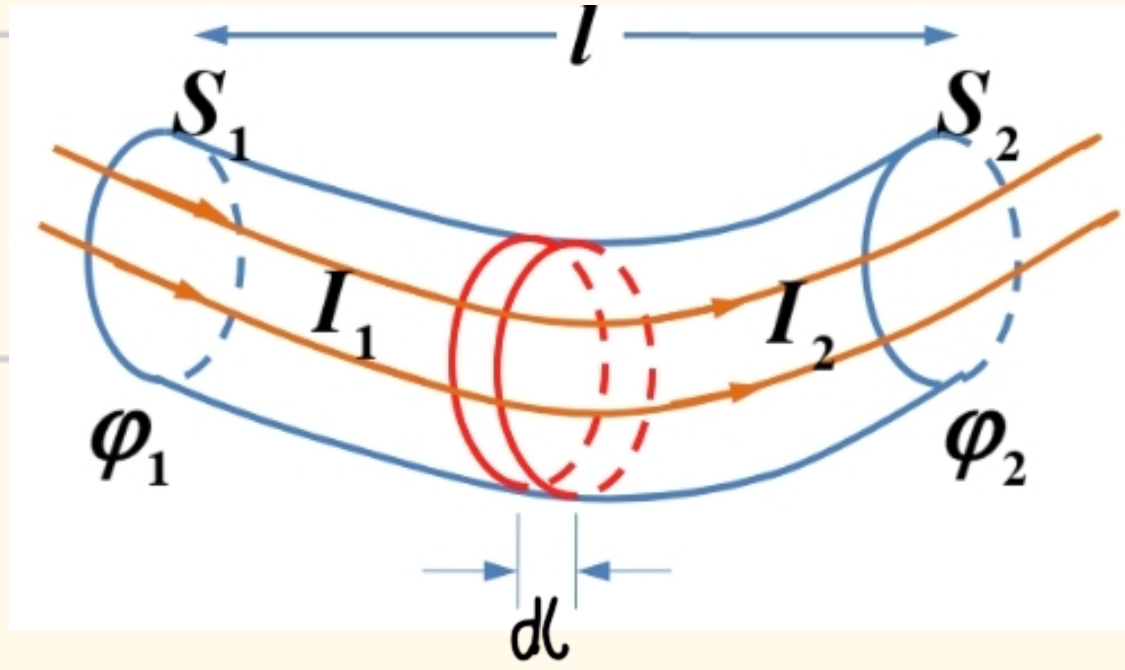
导体各点电流密度 j 大小、方向都不随时间变化

满足高斯定理 $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum q_{in} / \epsilon_0$

环路定理 $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

欧姆定律

金属温度恒定时, $\vec{j} = \gamma \vec{E}$, γ 为电导率, $\rho = \frac{1}{\gamma}$ 为电阻率



$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int \vec{E} d\vec{l} = \int \rho \vec{j} d\vec{l} = I \int \frac{\rho dl}{S}$$

故 $R = \rho \frac{l}{S}$

电源电动势

电源内部单位正电荷从负到正极, 非静电力做的功

$$E = \frac{A}{q} = \int_{-}^{+} \vec{E}_k d\vec{l}, \vec{E}_k \text{ 为非静电力}$$

方向由负极到正极

全电路欧姆定律

$$E = I(R + R_{\epsilon})$$

含源电路顺着电流方向
流经电阻, 电势降低
流经电源, 电势升高

$$\varphi_a - \sum IR + \sum \epsilon = \varphi_b$$
$$\underline{U_{ab} = \sum IR - \sum \epsilon} \quad (\vec{ab} \text{ 与电流方向一致})$$

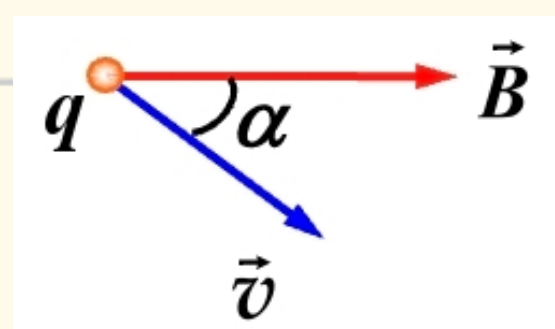
磁场

磁铁同极相斥、异极相吸

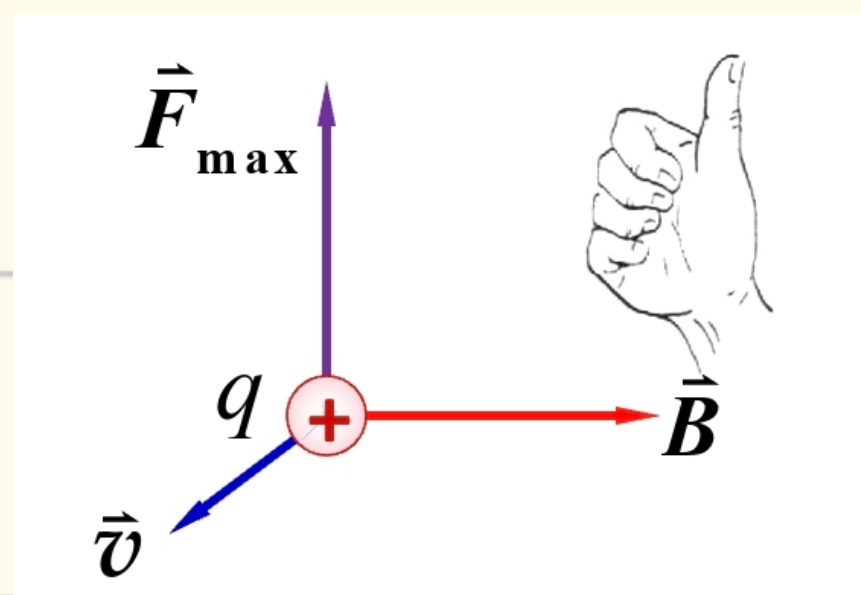
通电导线同向电流吸引、反向电流排斥

磁感应强度

$$\underline{B = \frac{F_{\max}}{qV}}$$



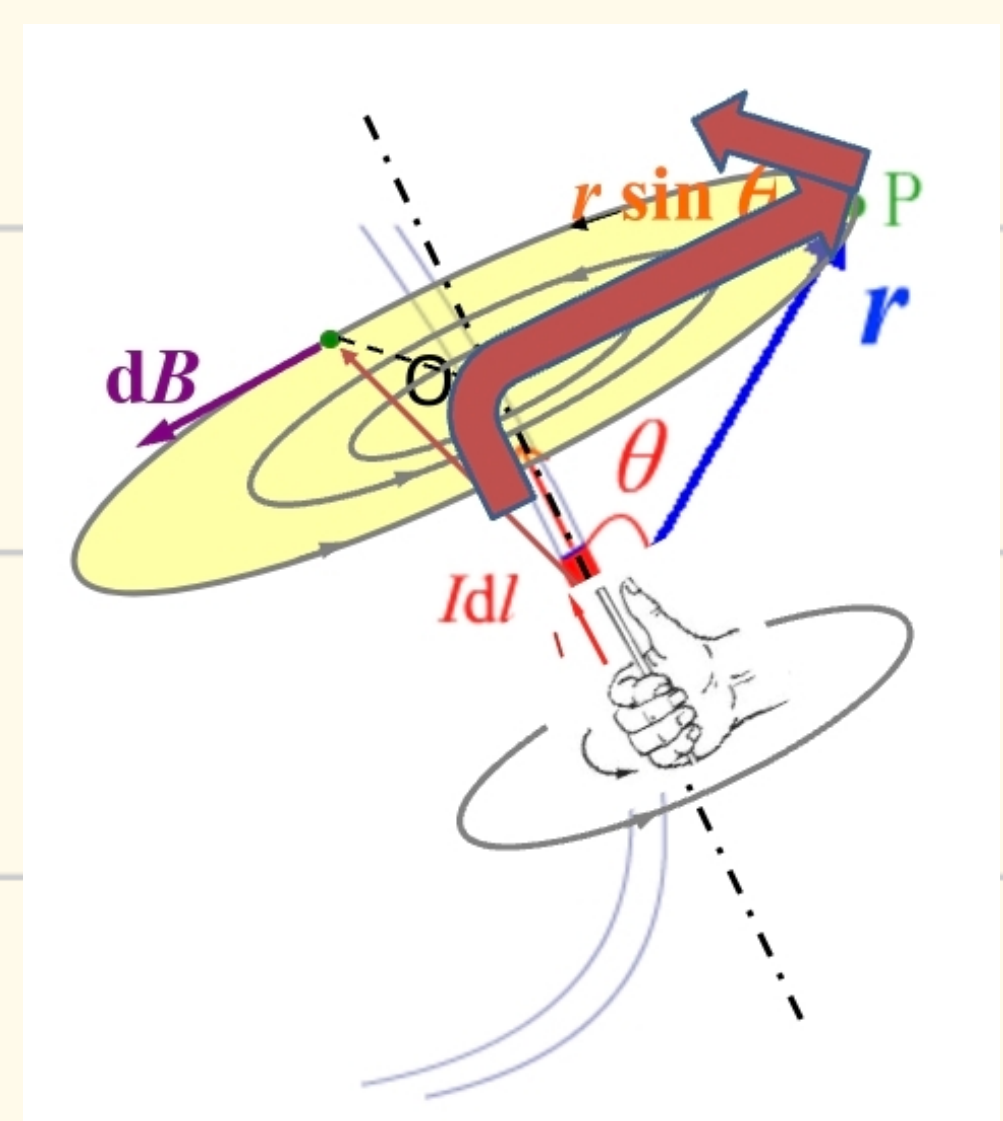
方向



(四指由 $\vec{v}$ 指向 $\vec{B}$)

毕奥—萨伐尔定律

$$\underline{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^2}}, \mu_0 \text{ 为真空磁导率}$$



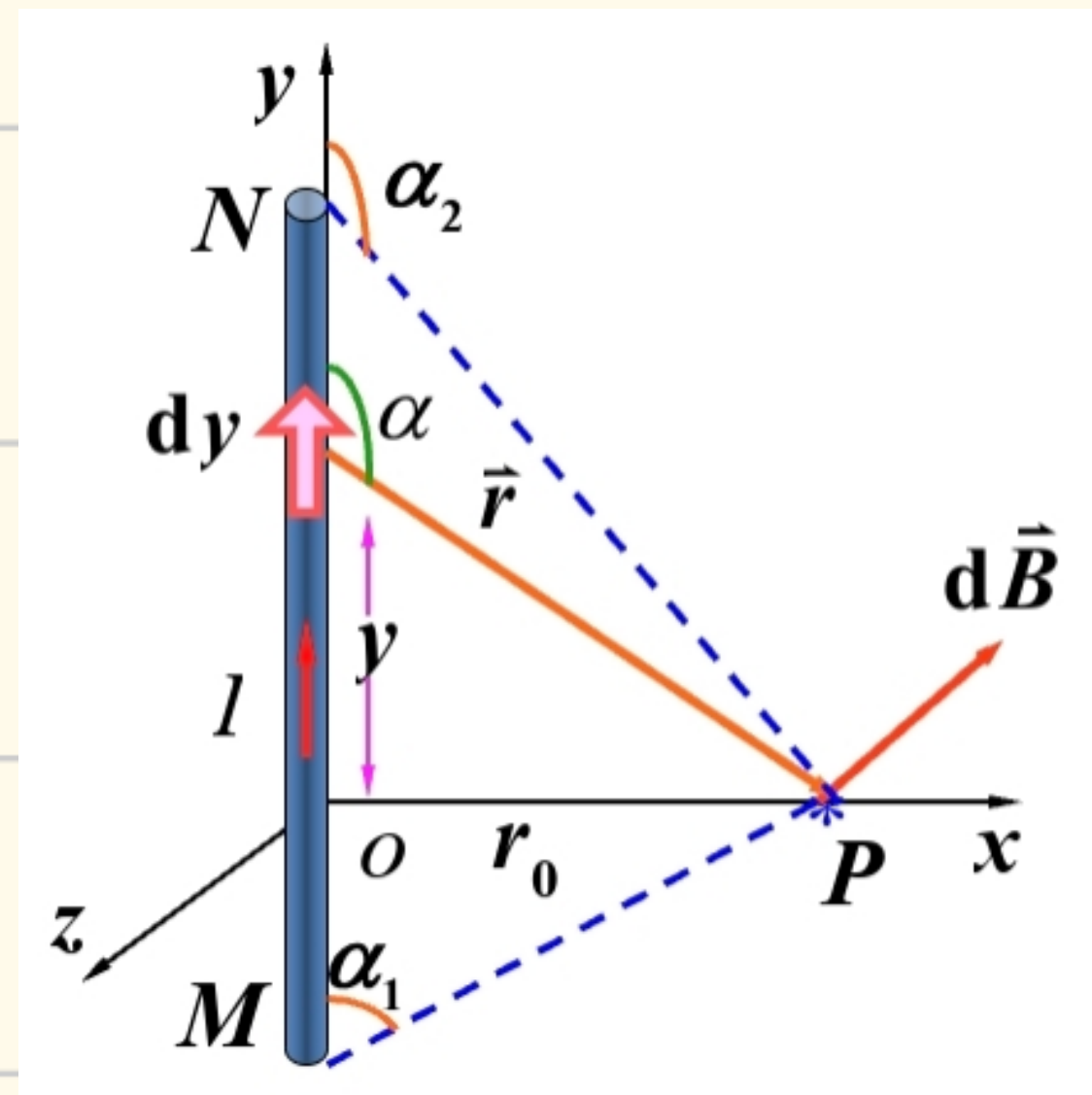
应用

① 载流直导线

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

无限长 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

半无限长 $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$

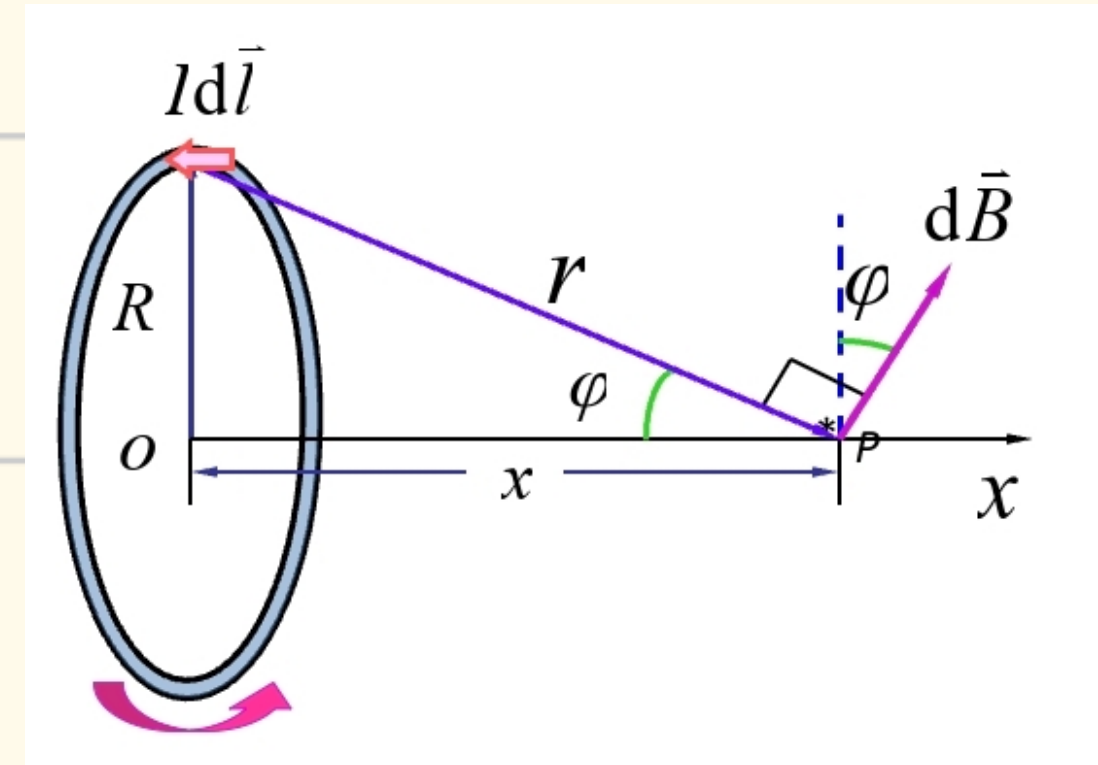


② 载流圆线圈

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

当 $x=0$ 时, 圆环形电流中心磁场

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

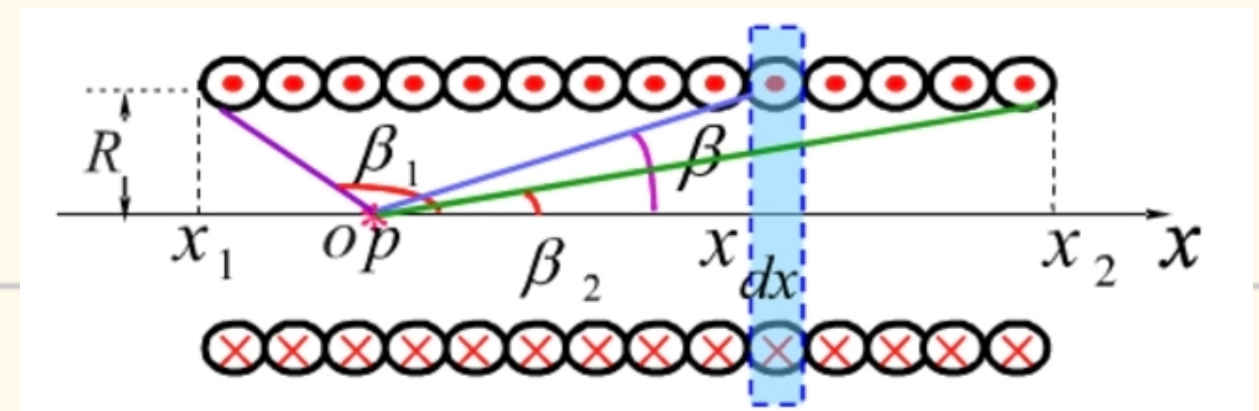


③ 载流直螺线管

$$B = \frac{\mu_0 n I (\cos\beta_1 - \cos\beta_2)}{2}$$

无限长 $B = \mu_0 n I$

半无限长 $B = \frac{\mu_0 n I}{2}$



高斯定理

磁场线: 闭合曲线
与电流套连

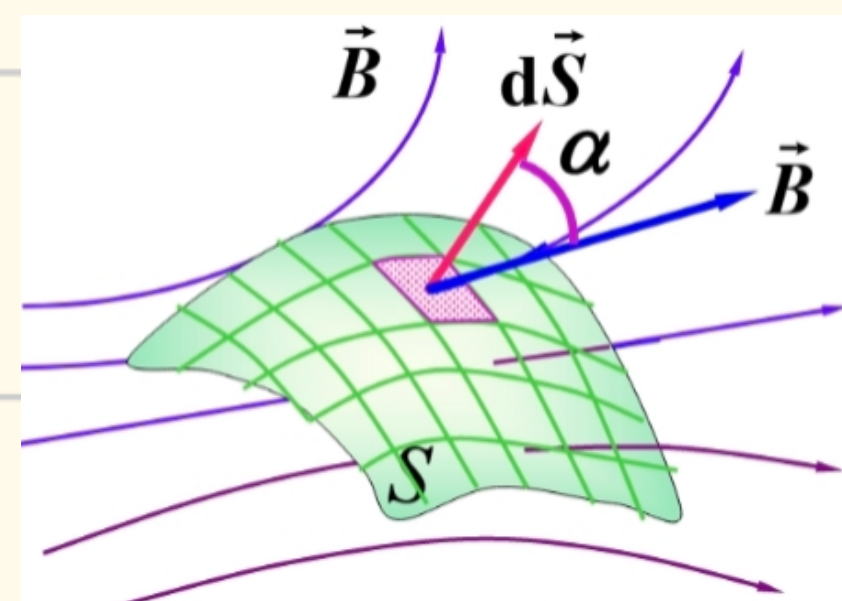
磁感应通量

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

磁通连续定理 (无源场)

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

(磁单极子、磁荷不存在)



安培环路定理

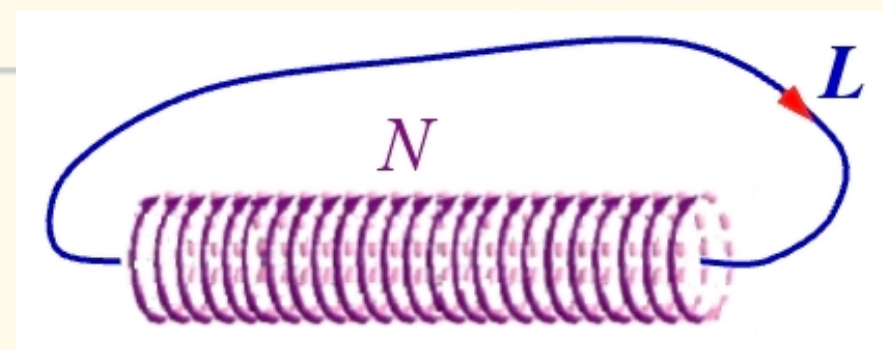
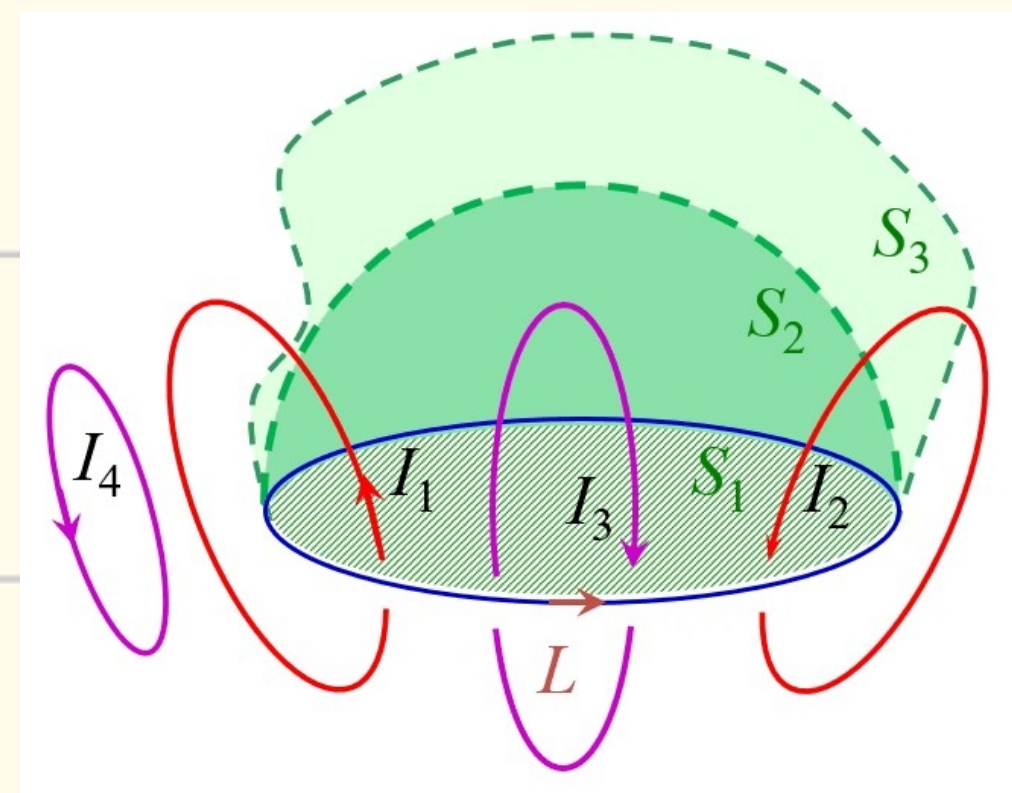
$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \sum I_{in} = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

其中 I_{in} 为与 L 相铰链的电流

I_{in} 正向与 $\vec{l}$ 满足右手法则

若电流为 N 匝螺旋形, 则

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = N \cdot \mu_0 I$$

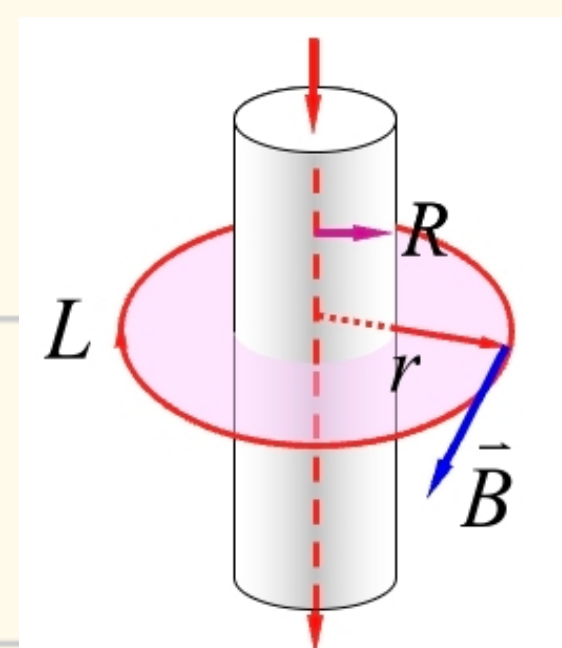


应用:

① 无限长均匀载流圆柱体

外部 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

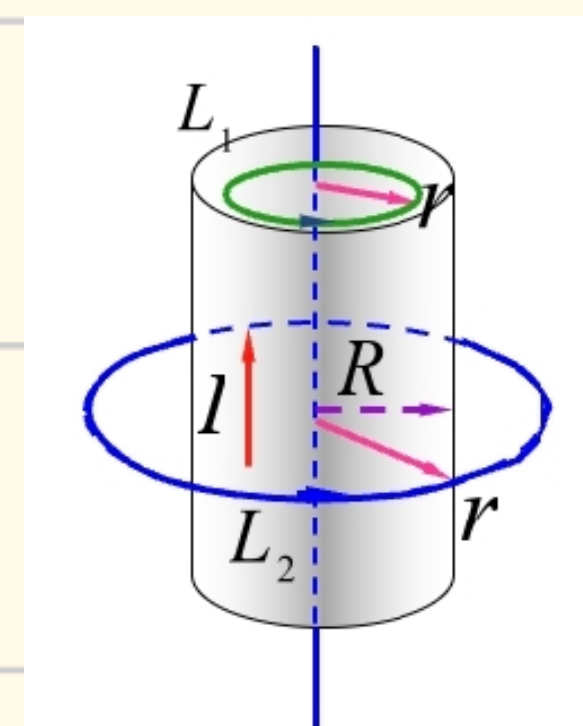
内部 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \left(\frac{r}{R}\right)^2$



② 无限长载流圆柱面

外部 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

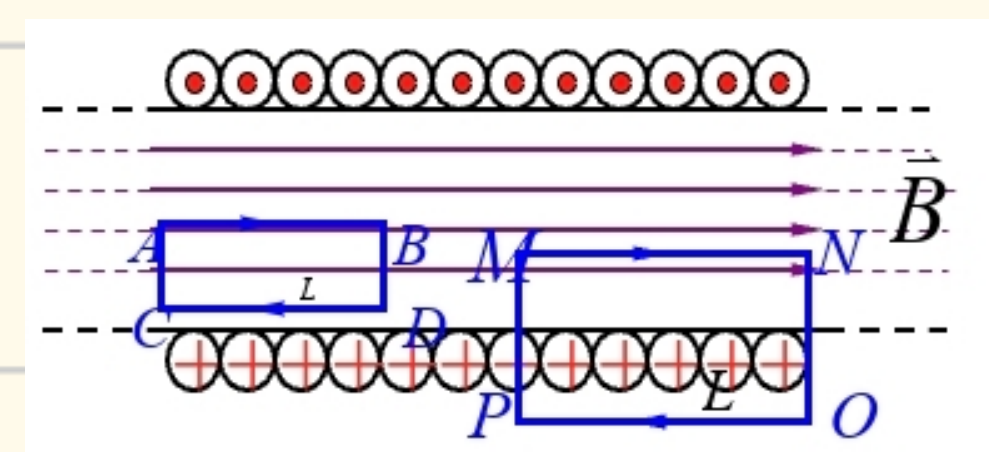
内部 $B = 0$



③ 无限长密绕螺线管

外部 $B = 0$

内部 $B = \mu_0 n I$

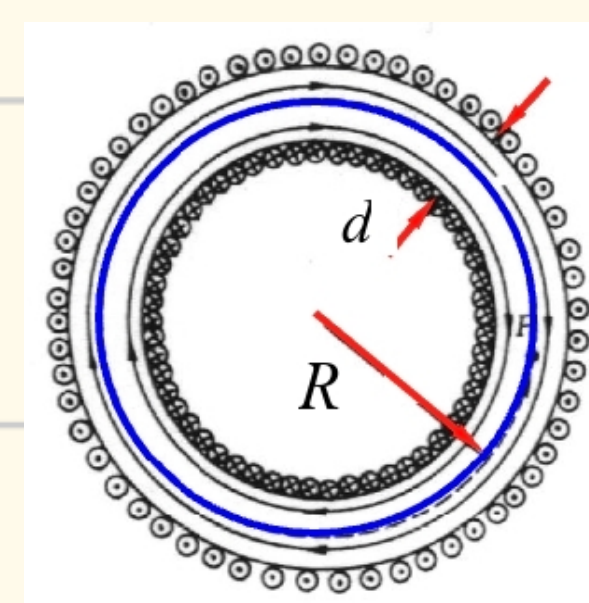


④ 密绕螺绕环

外部 $B = 0$

内部 $B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$

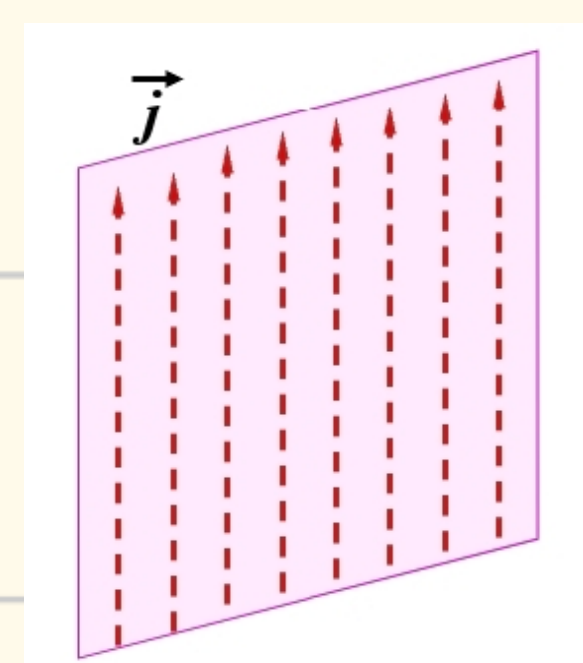
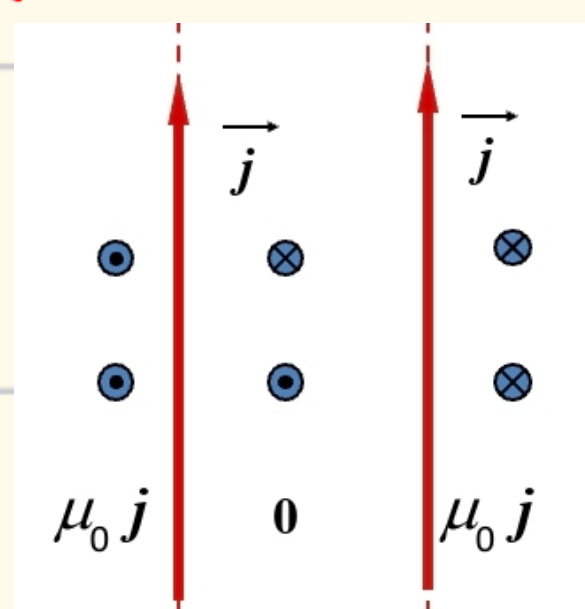
当 $2R \gg d$ 时, 内部视为均匀场



⑤ 无限大载流平面

$B = \frac{\mu_0 j}{2}$

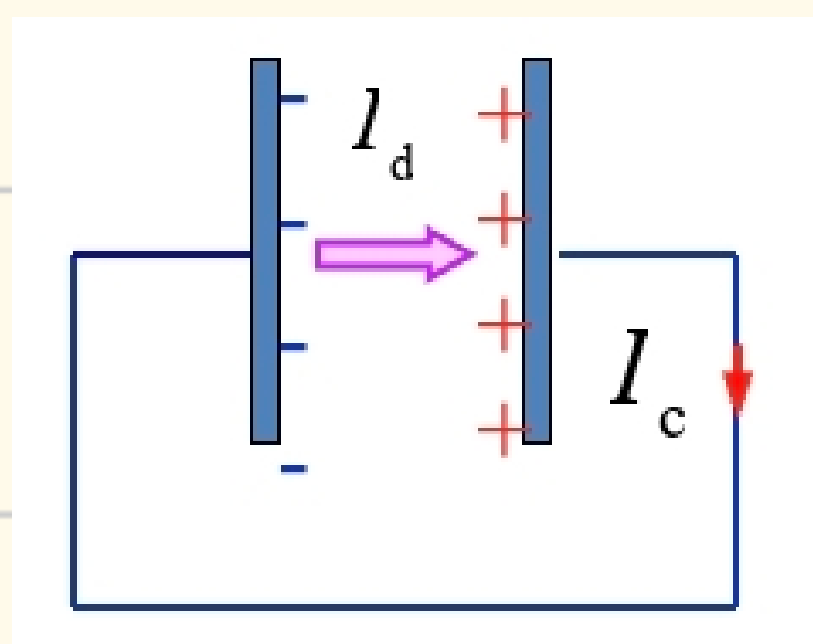
两平行平面:



位移电流

$$I_d = \int_S \vec{j}_d dS, \vec{j}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

全电流 $I_t = I_c + I_d$ (连续的)



(位移、传导电流均激发磁场, 仅传导电流产生焦耳热)

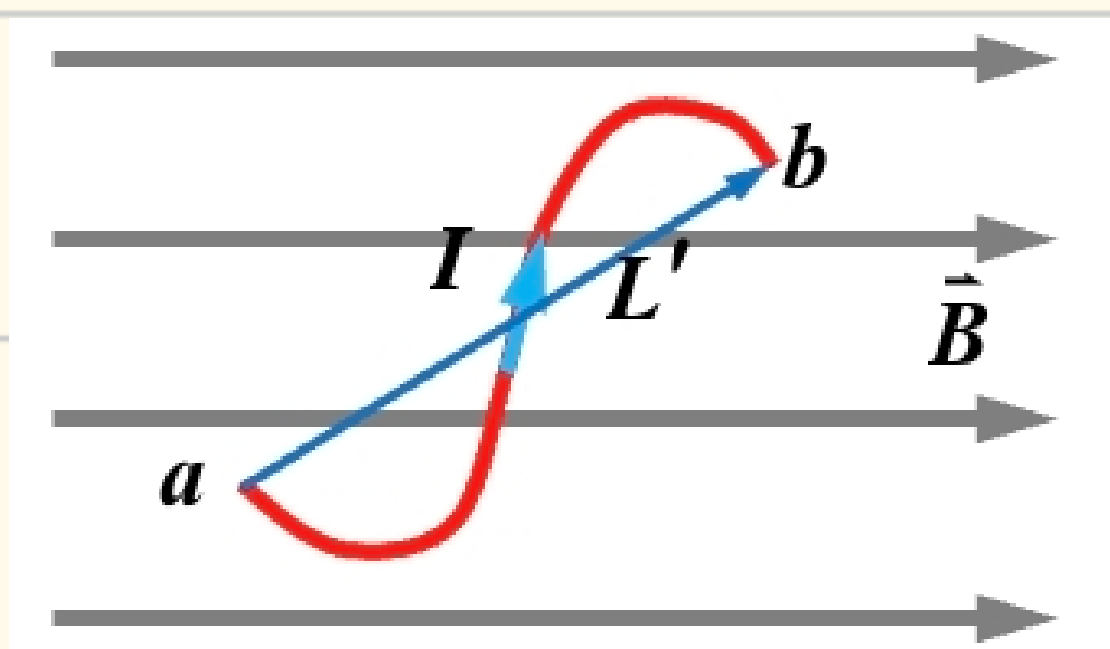
普遍安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_t = \mu_0 \int_S (\vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}$$

安培力

$$\vec{F} = \int_L I \vec{B} \times d\vec{l} \quad (\text{大拇指电流, 四指受力})$$

- 性质: ① $\vec{F} = \int_a^b I \vec{B} \times d\vec{l} = I \vec{B} \times \vec{l}$
 ② $\vec{F} = \oint_L I \vec{B} \times d\vec{l} = 0$
 ③ 不满足牛三定律

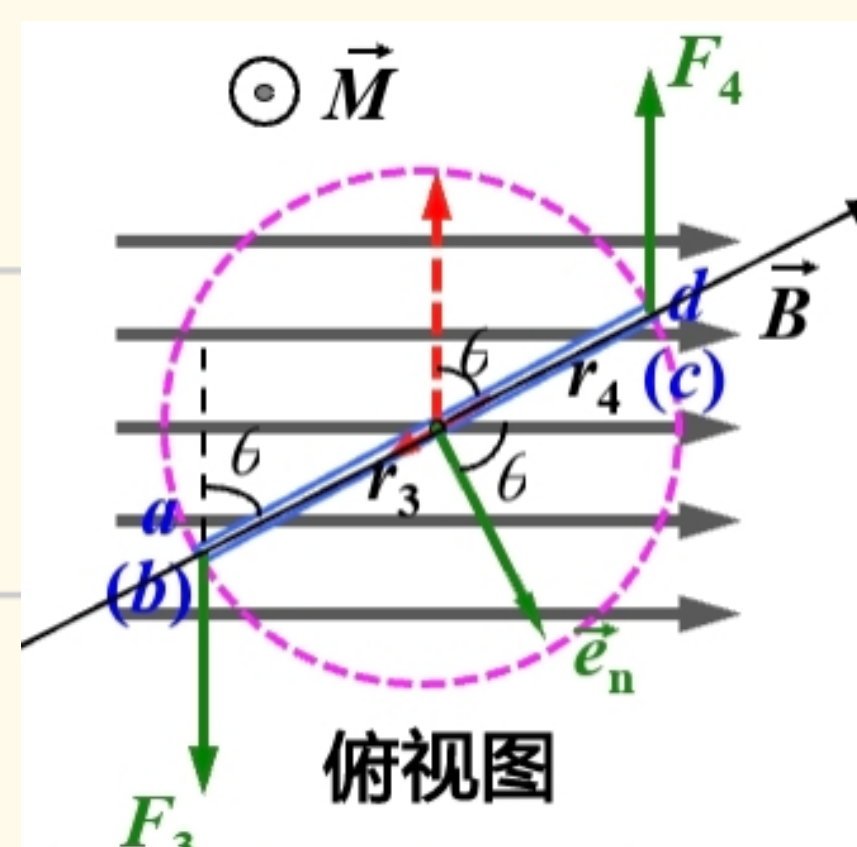


载流线圈:

$$\text{磁矩 } \vec{m} = IS \cdot \vec{e}_n$$

$$\text{力矩 } \vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

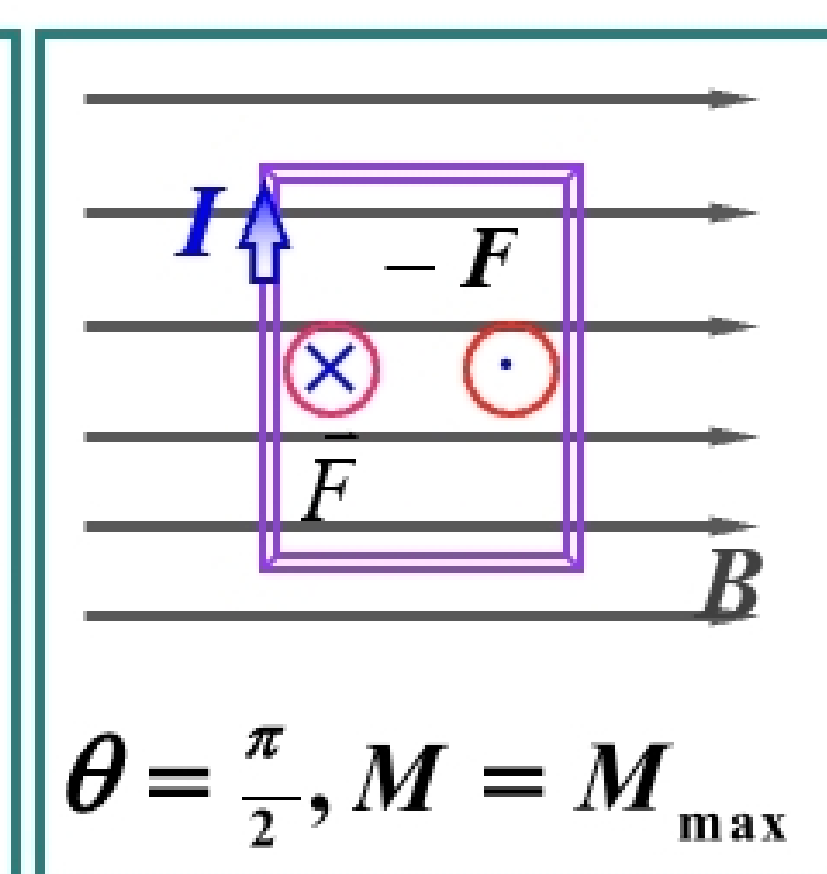
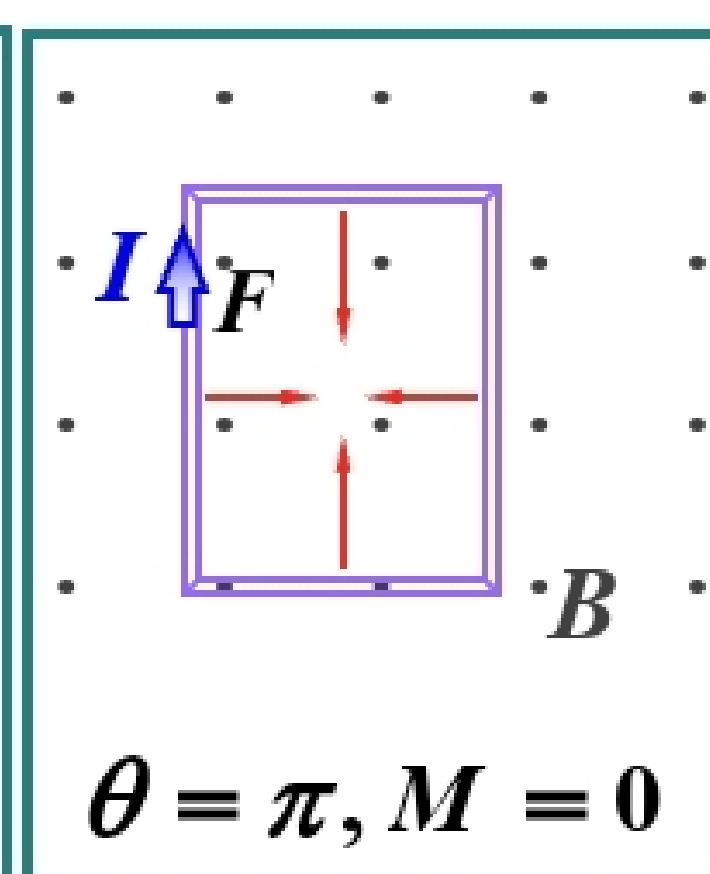
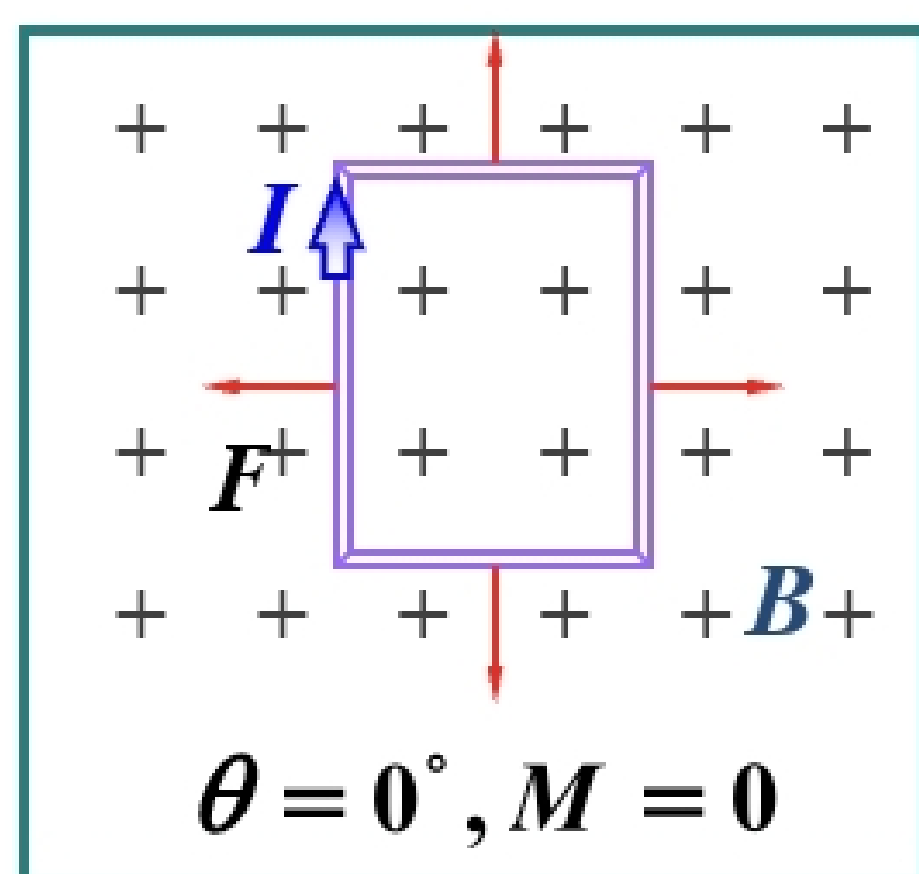
$$\text{做功 } A = I \cdot \Delta \Phi$$



稳定平衡

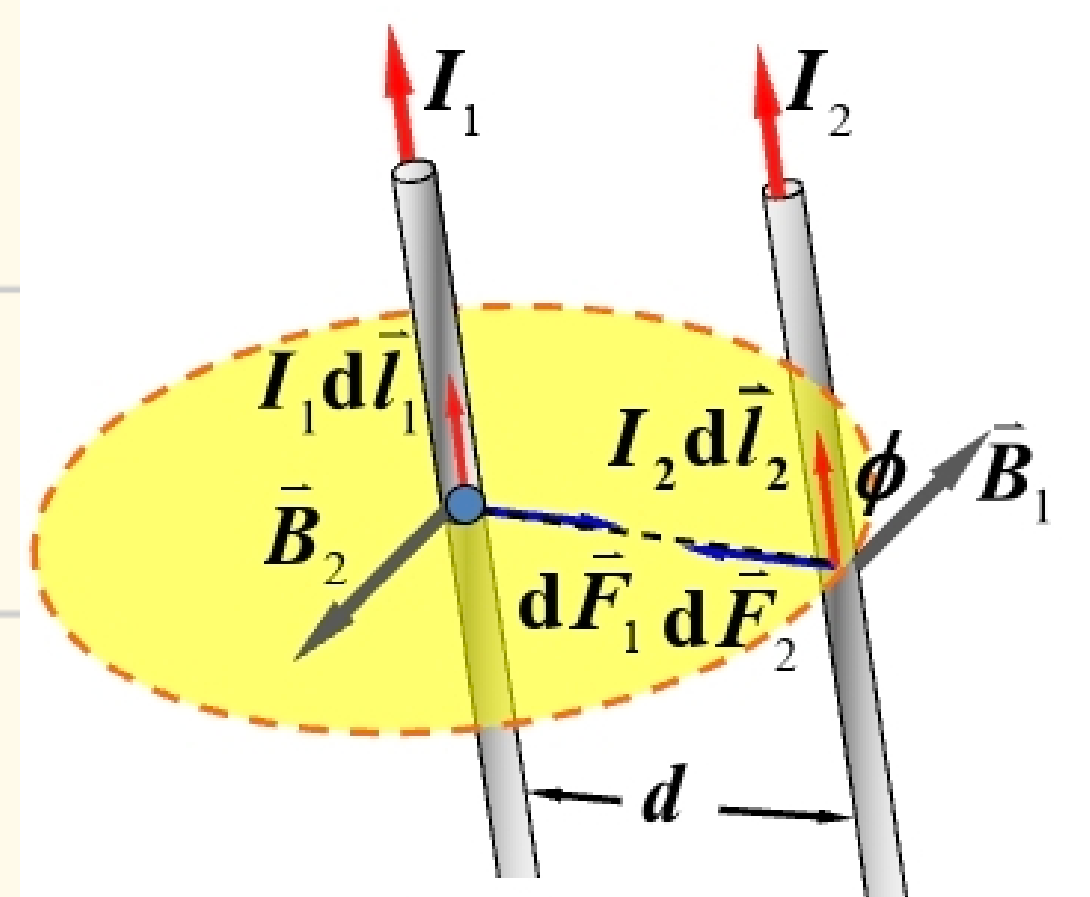
不稳定平衡

力矩最大



平行电流

$$F_1 = F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$



洛伦兹力

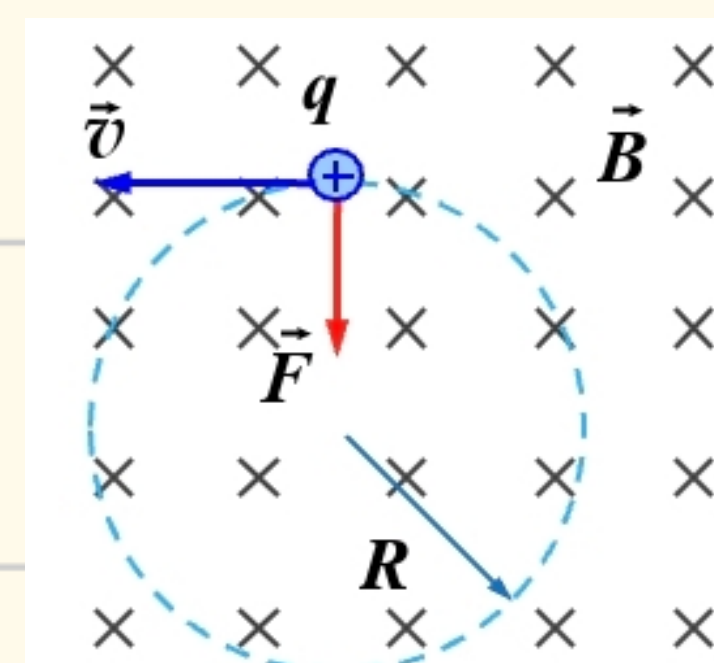
洛伦兹关系 $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$

$$F_{\text{洛}} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

匀速圆周运动

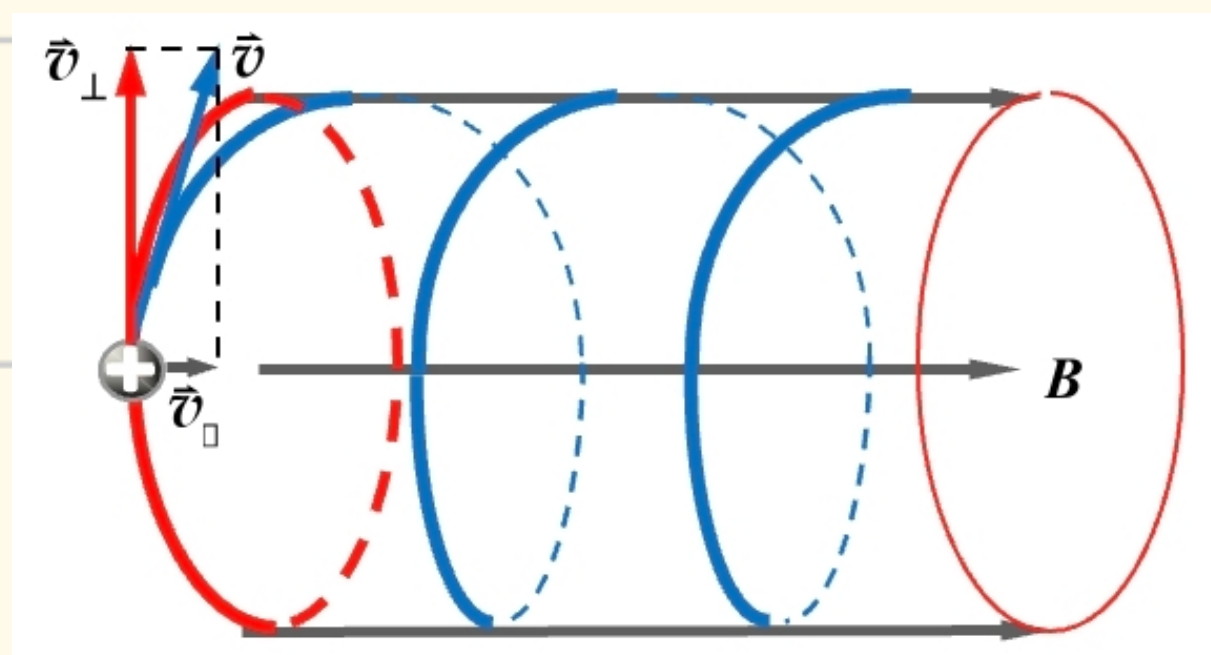
$$R = \frac{mv}{Bq}$$

$$T = \frac{2\pi m}{Bq}$$



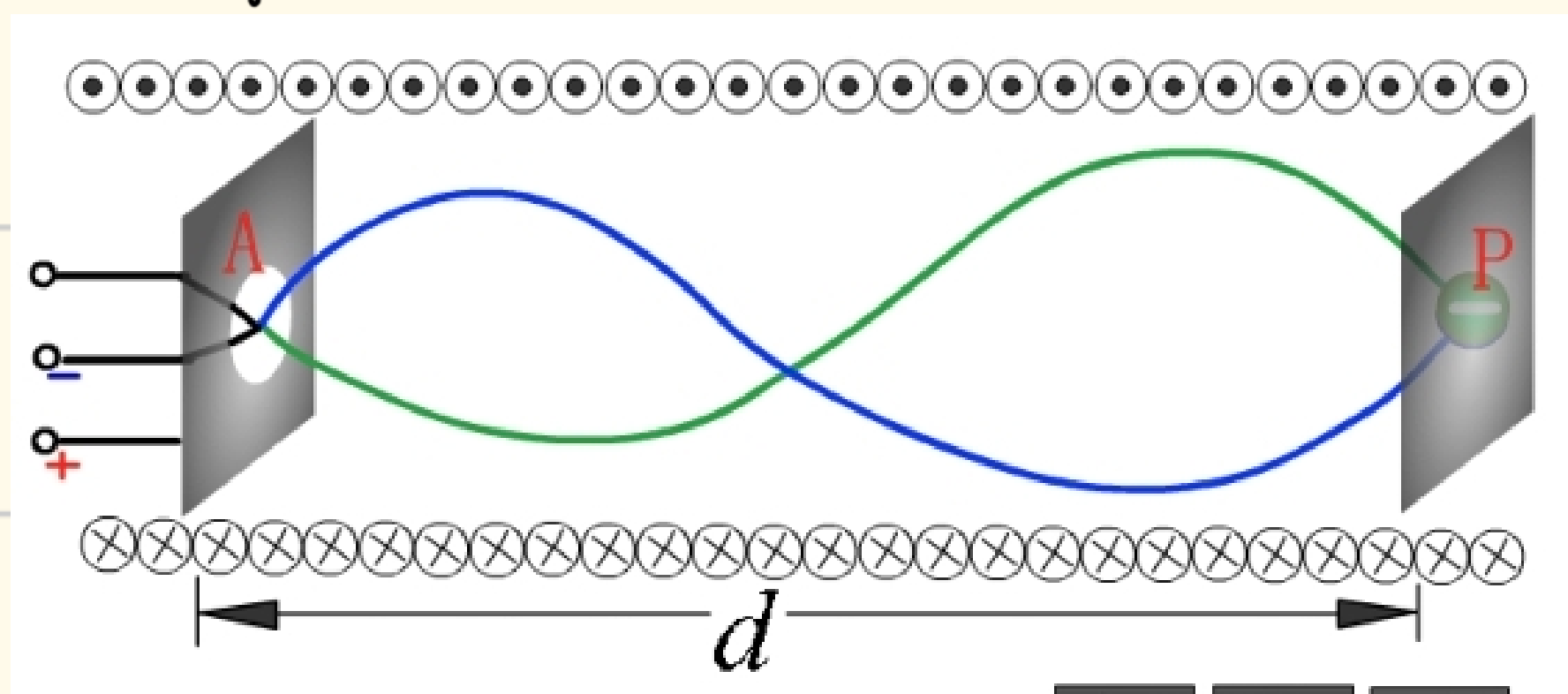
螺旋线运动

$$\text{螺距 } d = v_{\parallel} T = \frac{2\pi m \cdot v \cos\theta}{Bq}$$

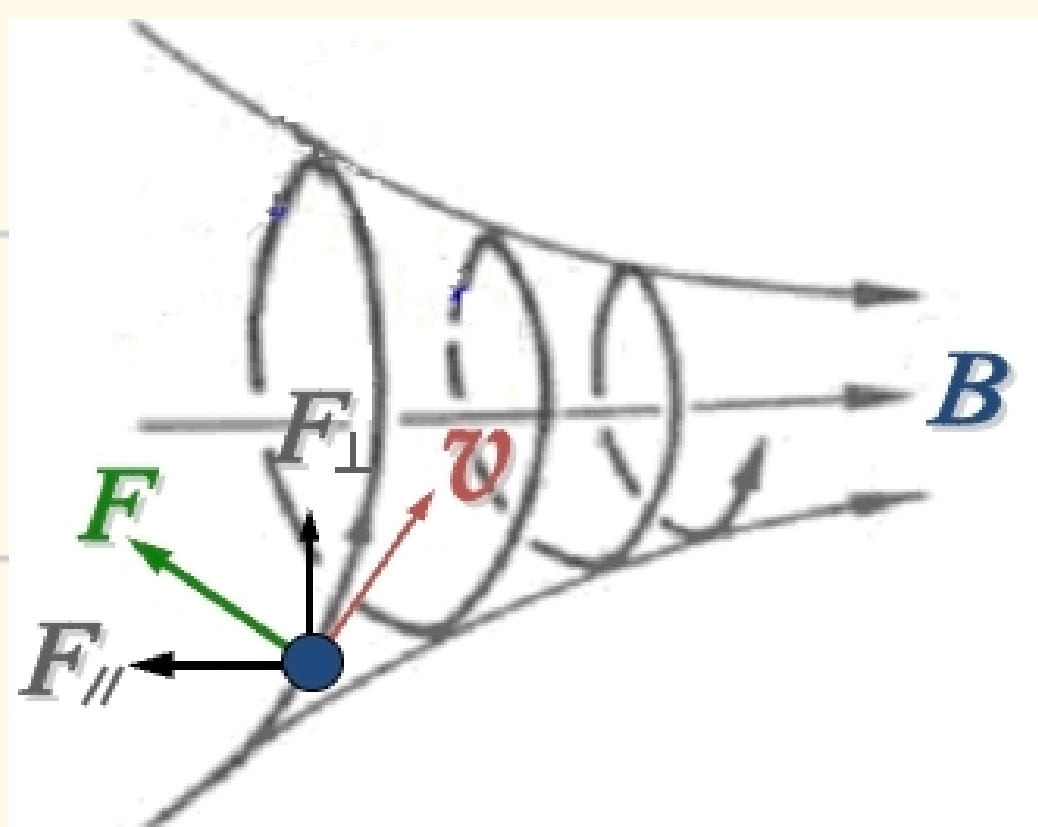


应用

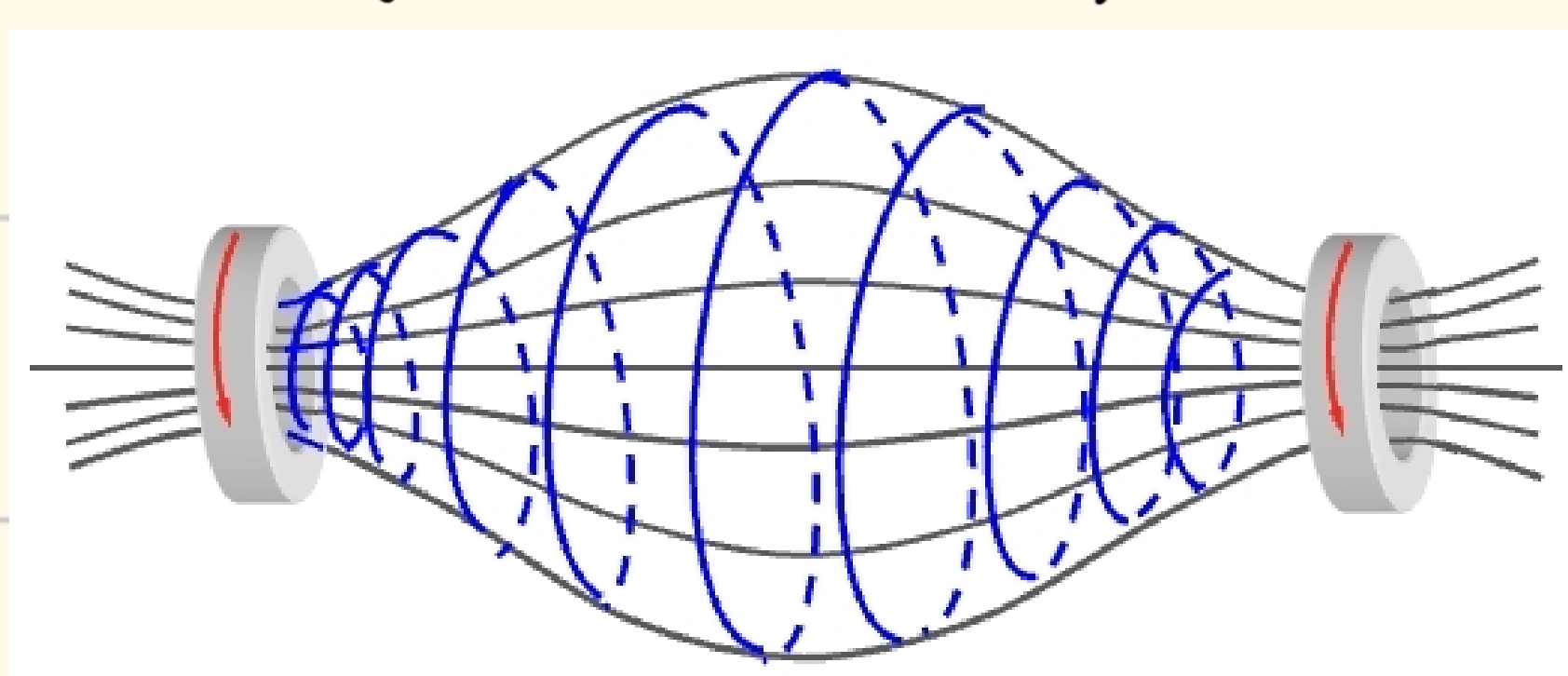
① 磁聚焦 (电子显微镜)



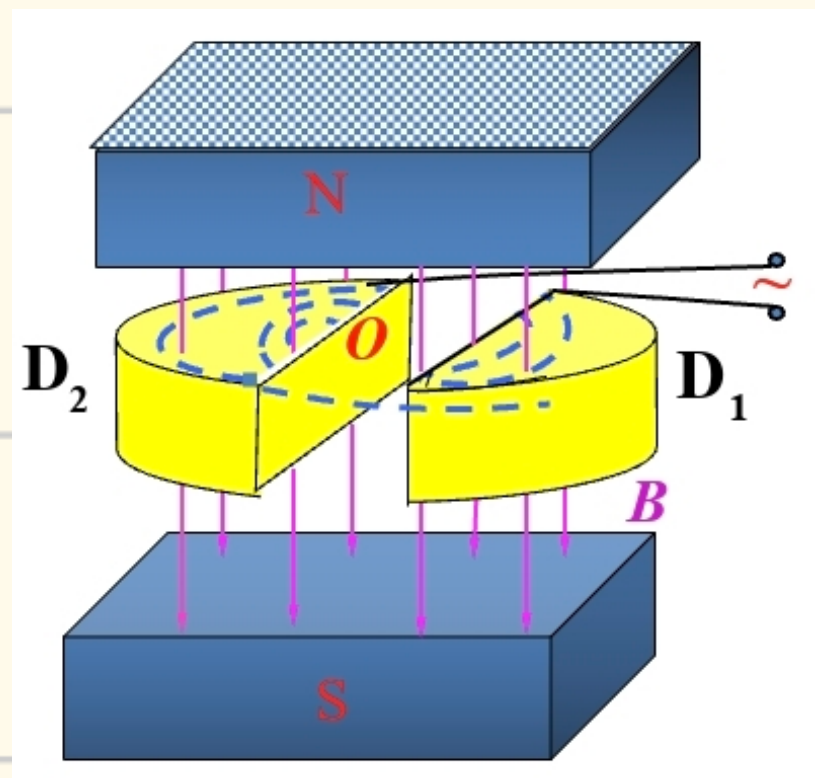
② 磁镜



磁瓶 (范·艾伦辐射带)



③回旋加速器

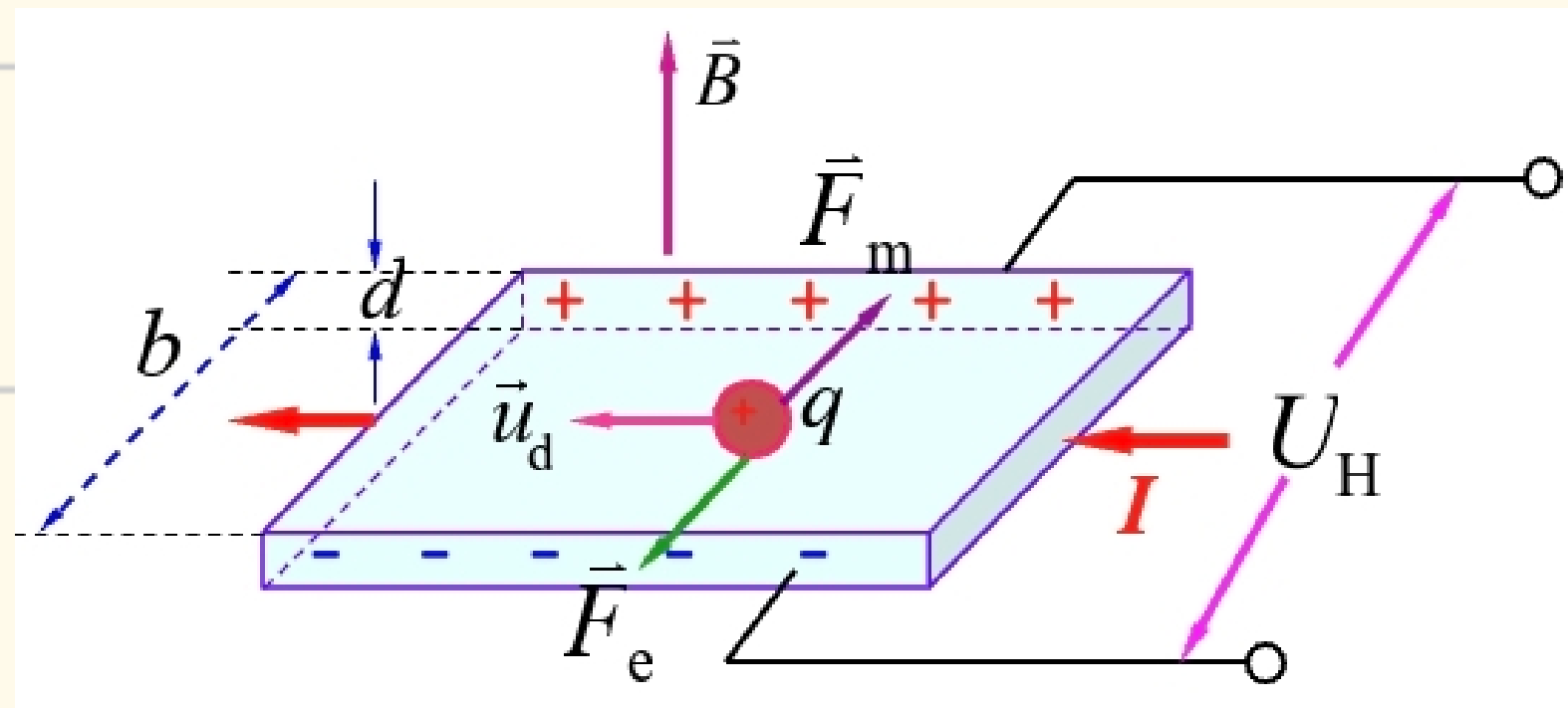


到达半圆区D边缘时

$$R_0 = \frac{mV}{qB}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{q^2 B^2 R_0^2}{2m}$$

④霍尔效应



$$F_E = Eq = \frac{U_H}{b} q$$

$$F_B = qvB \Rightarrow U_H = vbB$$

$$\text{而 } I = nquS = nq(vb)d$$

$$\Rightarrow U_H = \frac{IB}{nqd} = k \frac{IB}{d}$$

$$\text{其中 } k = \frac{1}{nq} \text{ (霍尔系数)}$$

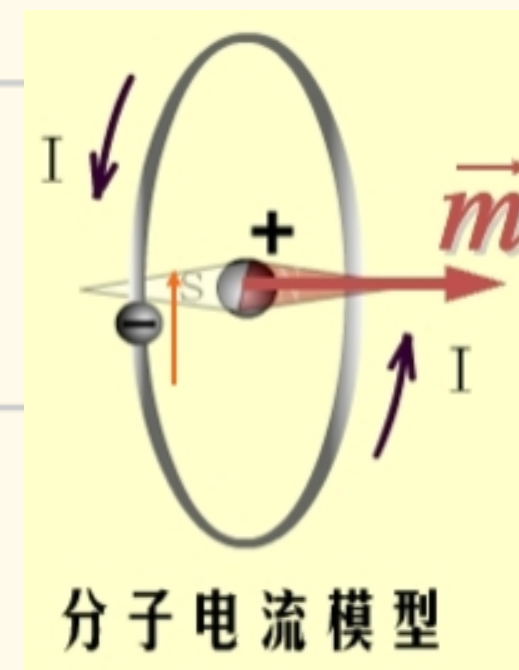
磁介质

顺、抗、铁磁质

$$\mu_r > 1 \quad \mu_r < 1 \quad \mu_r \gg 1 \quad (\mu_r = \frac{B}{B_0})$$

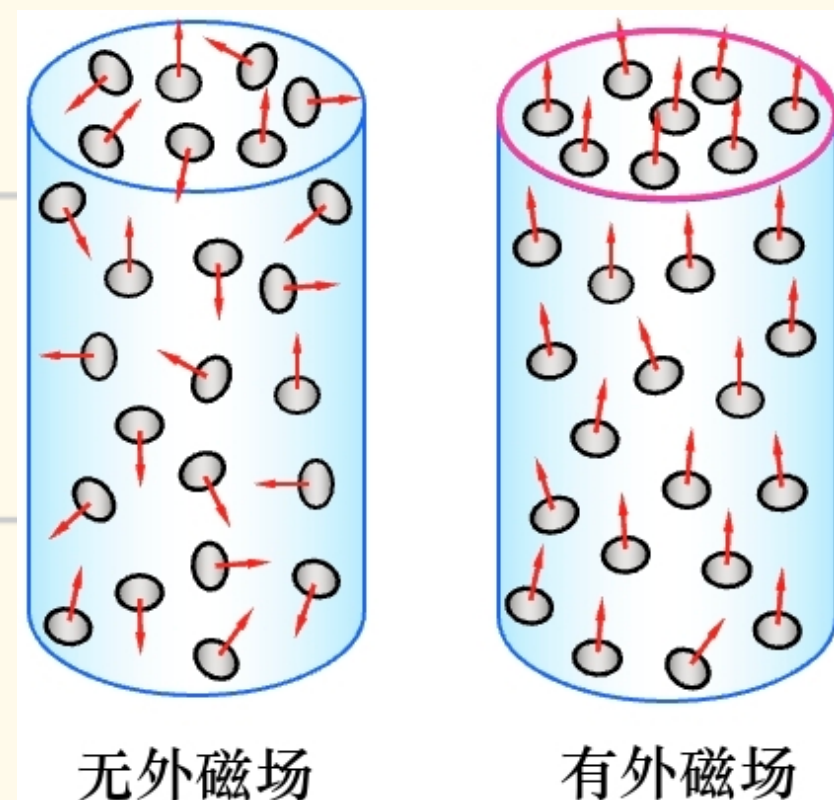
安培分子环流假说

固有磁矩 $\vec{m} \neq 0$, 顺磁质
 $\vec{m} = 0$, 抗磁质

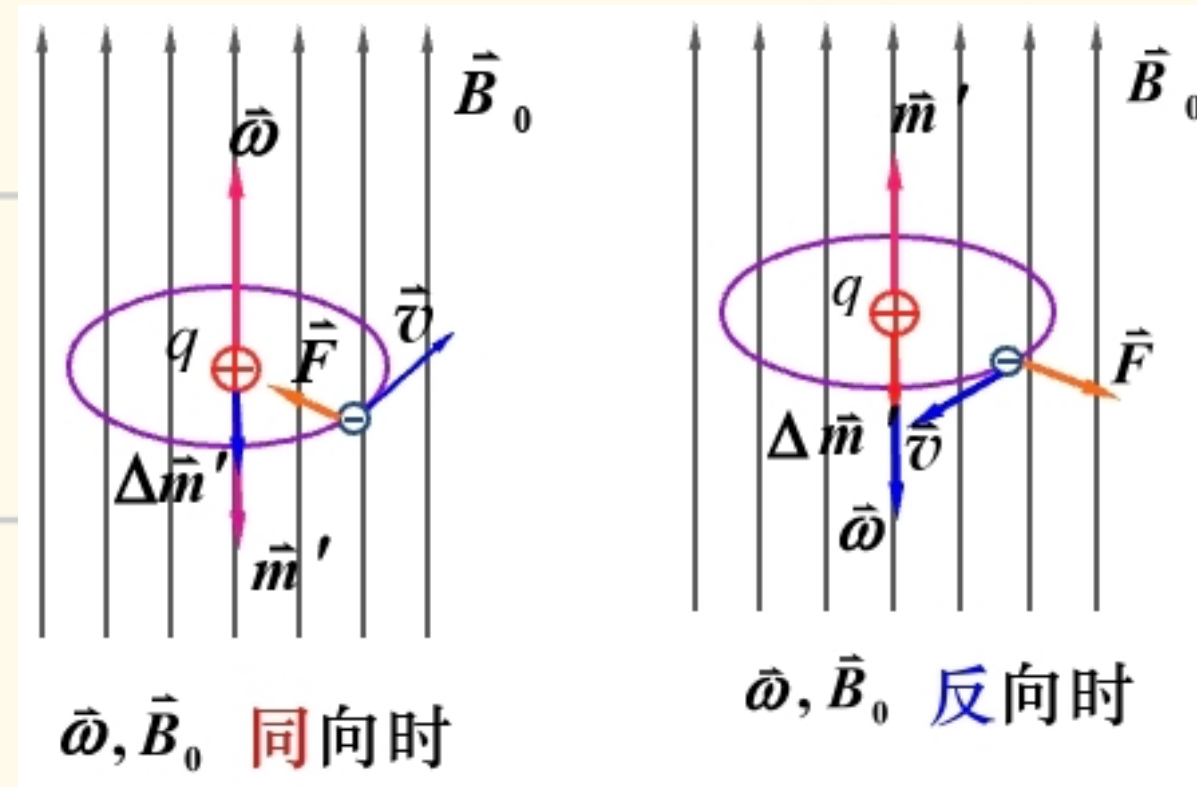


分子电流模型

顺磁效应



抗磁效应



磁化强度

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{m} + \sum \Delta \vec{m}}{\Delta V}$$

$\vec{m}$ 为分子磁矩
 $\Delta \vec{m}$ 为附加磁矩

$$\vec{M} = \frac{\mu_r - 1}{\mu_0 \mu_r} \vec{B}$$

单位长度束缚面电流密度 $\vec{j}' = \vec{M} \times \vec{e}_n$

高斯定理

$$\oint \vec{B} d\vec{S} = \oint (\vec{B}_0 + \vec{B}') d\vec{S} = 0$$

安培环路定理

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum I_0, \text{ 其中磁场强度}$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

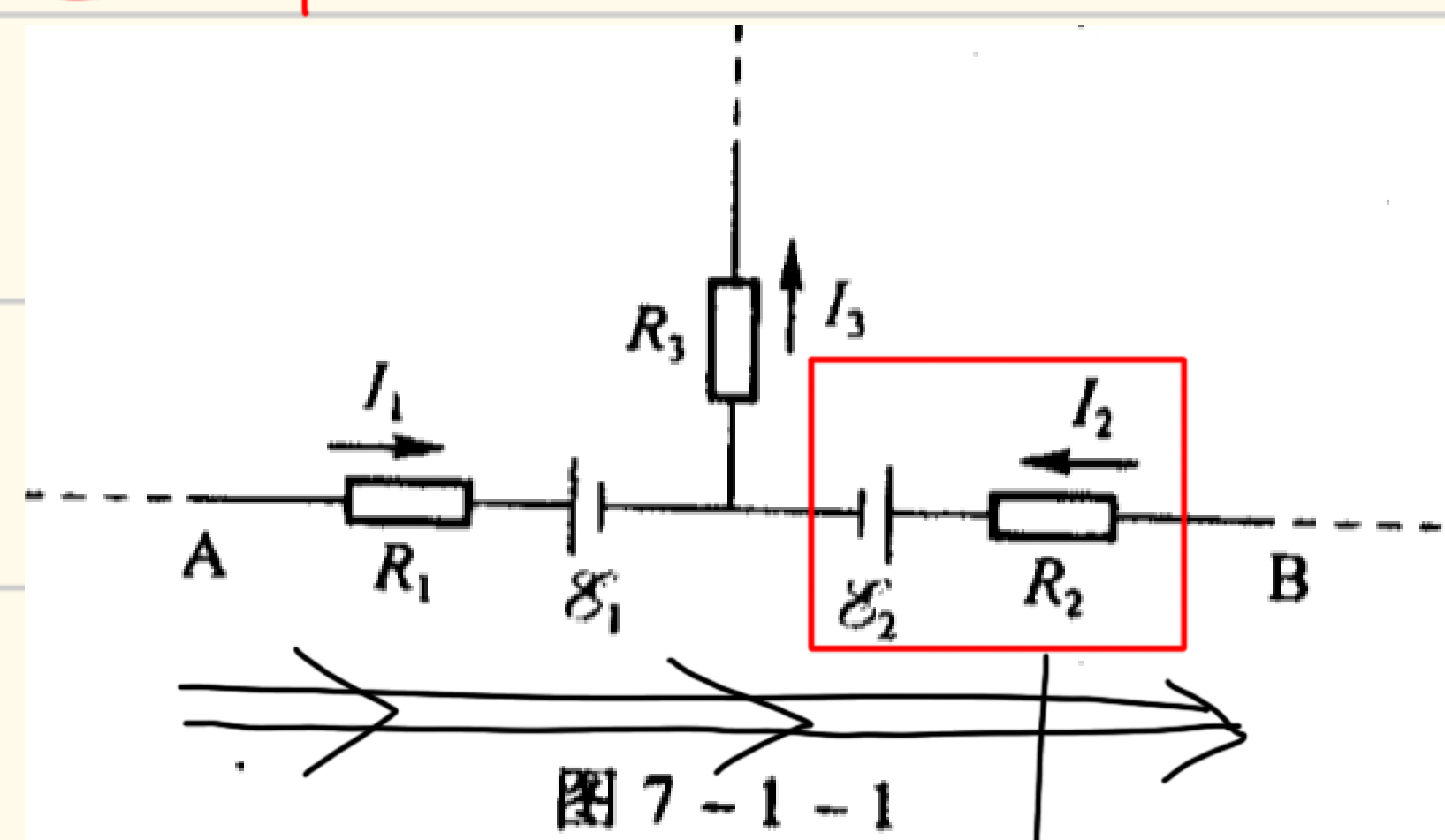
$$= \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

hw 7

1. 一通有恒定电流的圆柱形导线，半径为 0.01 m 、长为 0.1 m ，电导率为 $6 \times 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ ，若此导线每分钟放出热量 100 J ，则导线中的电场强度为

$$\begin{cases} Q = I^2 R t \\ R = \rho \frac{L}{S} \end{cases} \Rightarrow I \quad \begin{cases} I = \int_S \vec{j} d\vec{S} \\ \vec{j} = \rho \vec{E} \end{cases} \Rightarrow E$$

2. 在图 7-1-1 所示的电路中，两电源的电动势分别为 $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$ ，内阻分别为 r_1, r_2 。三个负载电阻阻值分别为 R_1, R_2, R_3 ，电流分别为 I_1, I_2, I_3 ，方向如图所示，则 A 到 B 的电势增量 $\varphi_B - \varphi_A$ 为
- (A) $\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 - I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_3 R_3$ 。
 (B) $\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_1 - I_1(R_1 + r_1) + I_2(R_2 + r_2) - I_3 R_3$ 。
 (C) $\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 - I_1(R_1 + r_1) + I_2(R_2 + r_2)$ 。
 (D) $\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 - I_1(R_1 - r_1) + I_2(R_2 - r_2)$ 。

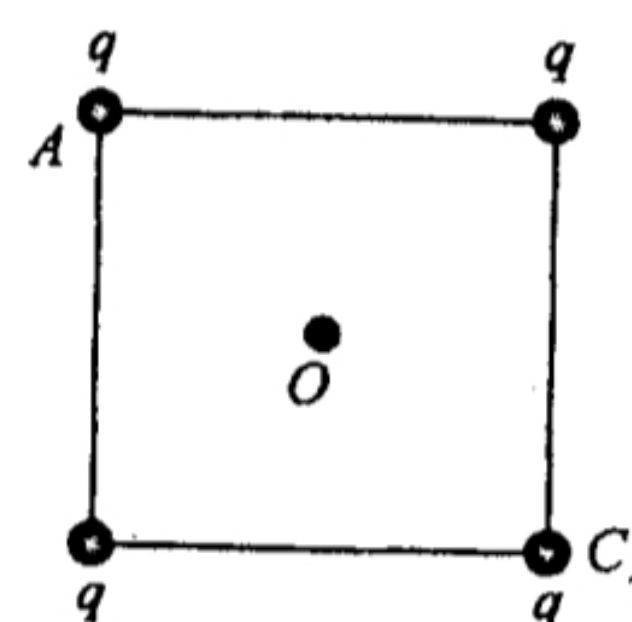


从 A $\rightarrow$ B: 沿电流方向, 电阻 $\varphi \downarrow$, 电源 $\varphi \uparrow$

逆电流方向 ☆

$$\varphi_B = \underbrace{\varphi_A - I_1 R_1 - I_1 r_1 + \mathcal{E}_1}_{\text{顺}} - \underbrace{\mathcal{E}_2 + I_2 r_2 + I_2 R_2}_{\text{逆}}$$

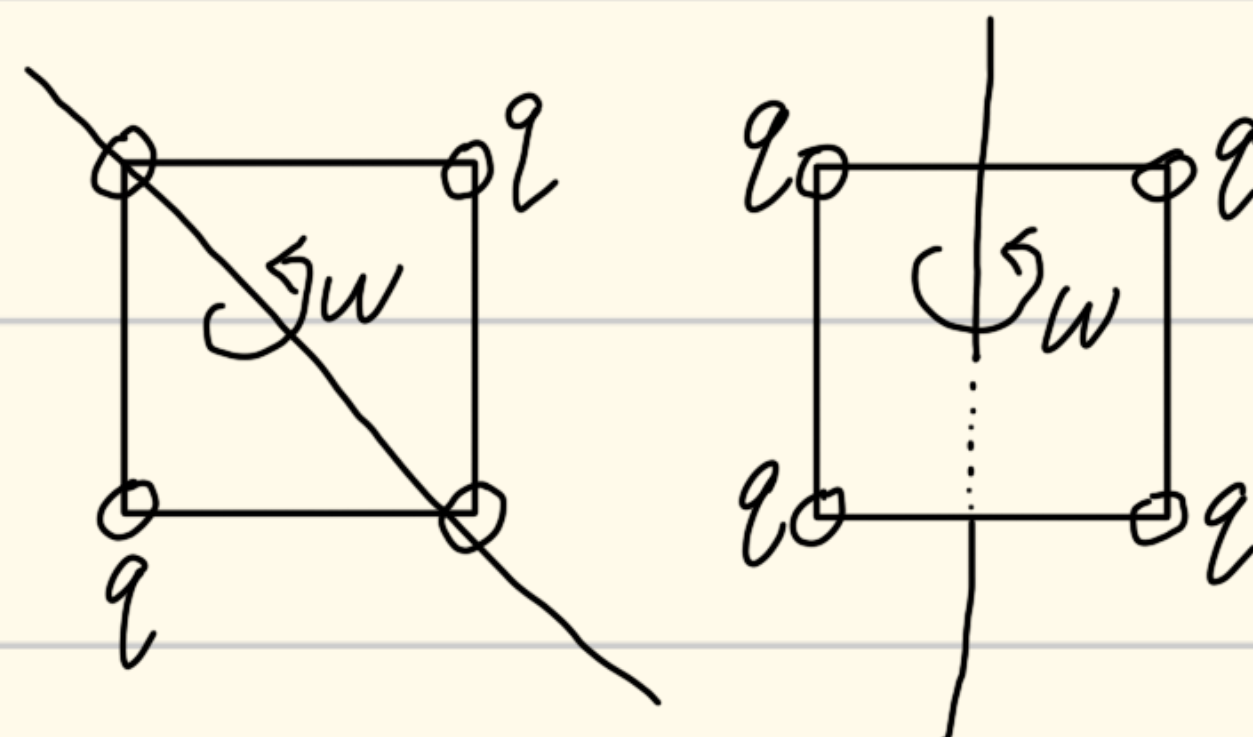
5. 如图 7-1-4 所示，四个电荷量均为 q 的点电荷固定在边长为 a 的正方形的四个角上。此正方形以角速度 ω 绕 AC 轴旋转时，在中心 O 点产生的磁感应强度大小为 B_1 ；此正方形同样以角速度 ω 绕过 O 点垂直于正方形平面的轴旋转时，在 O 点产生的磁感应强度的大小为 B_2 ，则 B_1 与 B_2 间的关系为



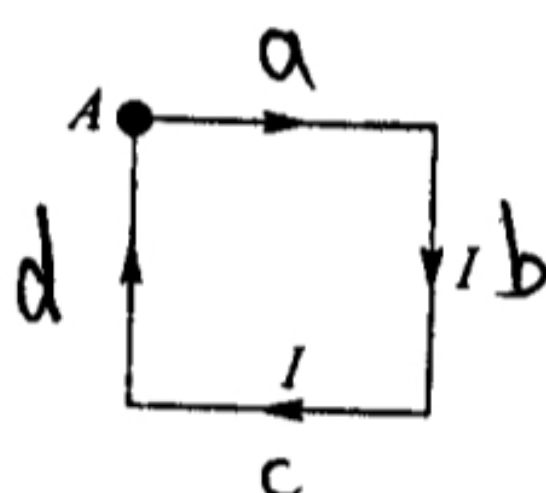
q 旋转, 产生电流 $I = \frac{Q}{t}$, t 为旋转周期, $t = \frac{2\pi}{\omega}$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I l}{r^2}, \quad l = 2\pi r$$

$$\Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{2q}{4q}$$



6. 如图 7-1-5 所示，边长为 l 的正方形线圈中通有电流 I ，此线圈在 A 点产生的磁感应强度 B 为

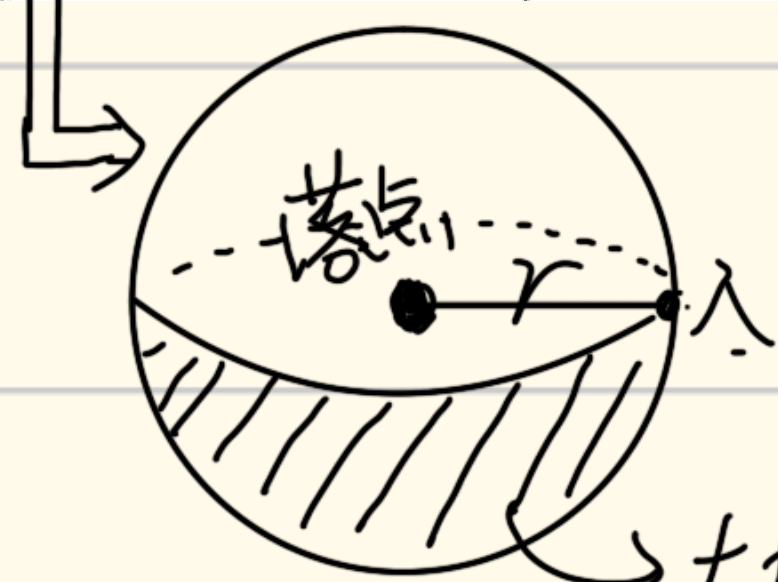


a, d 段在 A 处 $B = 0$
 b, c 段在 A 处 $B \neq \frac{\mu_0 I}{2\pi l}$
 (b, c 并非无限长)

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4\pi l} (\cos 45^\circ - \cos 90^\circ)$$

$$B = 2B_0 = \frac{\sqrt{2} \mu_0 I}{4\pi l}$$

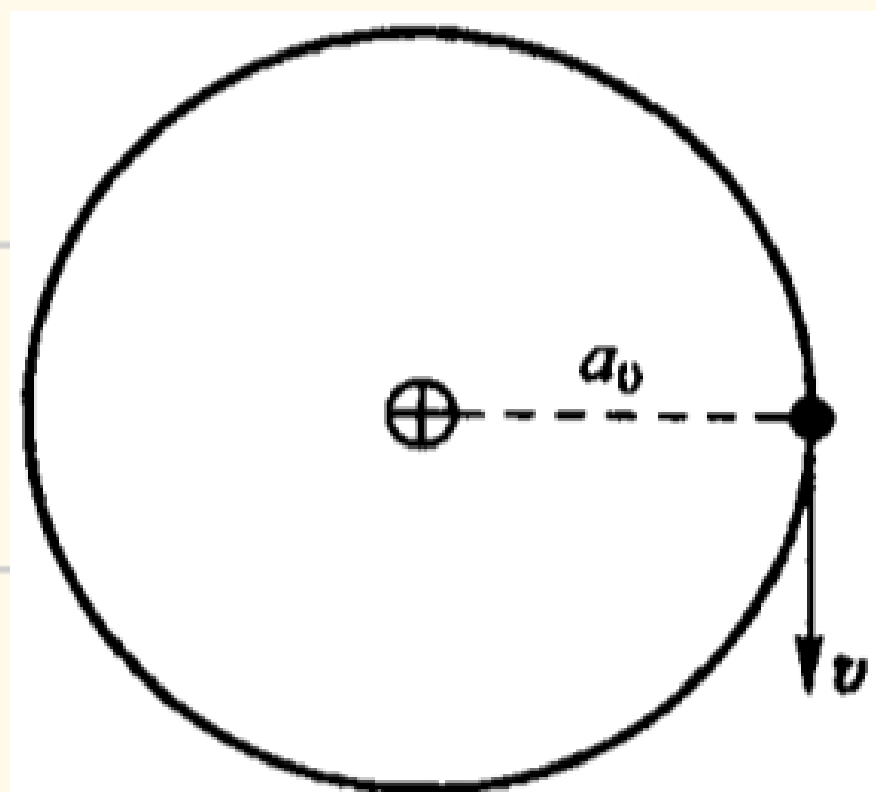
2. 当架空线路的一根带电导线断落在地上时，落地点与带电导线的电势相同，电流就会从导线的落地点向大地流散。设地面水平，土地为均匀物质，其电阻率为 $10 \Omega \cdot m$ ，导线中的电流为 $200 A$ 。若人的左脚距离导线落地点为 $1 m$ ，右脚距离落地点为 $1.5 m$ ，求他两脚之间的跨步电压。



土地 $S = \frac{S_{\text{表面积}}}{2} = \frac{4\pi r^2}{2}$

$$\begin{cases} j = \frac{1}{\rho} E \\ I = \int j dS = j \cdot \frac{4\pi r^2}{2} \Rightarrow U = 106V \\ U = \int_{R_1}^{R_2} E dr \end{cases}$$

5. 氢原子基态的电子轨道半径为 a_0 ，求由于电子的轨道运动(图 7-1-12)在原子核处(圆心处)产生的磁感应强度的大小和方向。(注意，电子质量为 m_e ，不考虑相对论效应。)



$$I = \frac{e}{T}, T = \frac{2\pi a_0}{v}, B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot 2\pi a_0}{a_0^2}$$

其中，电子运动由库仑力造成

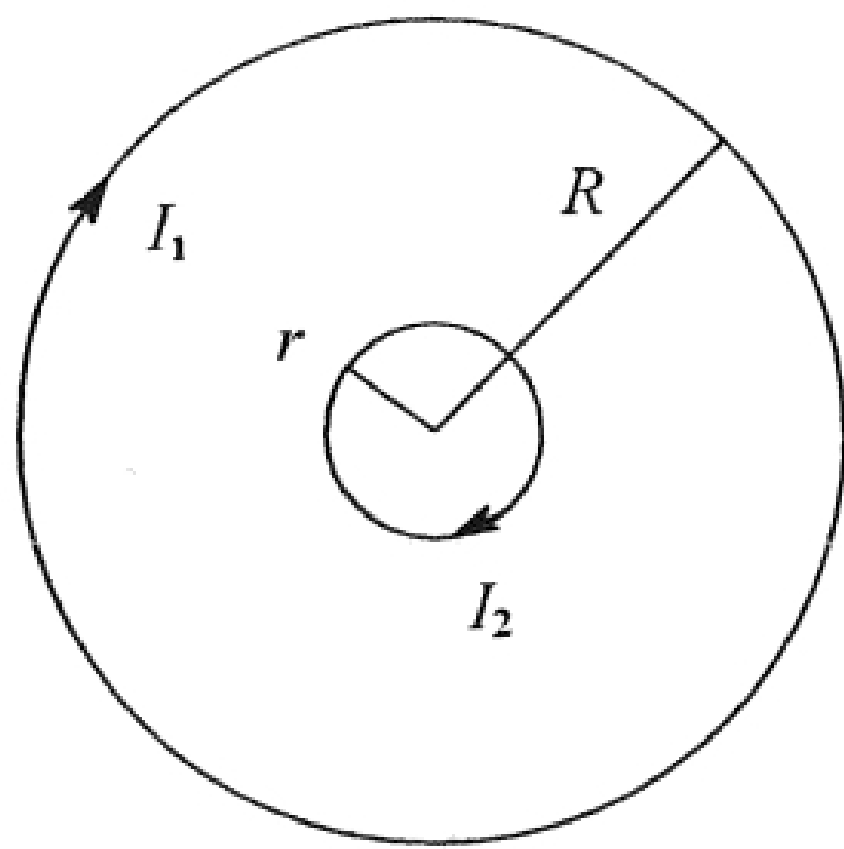
$$\frac{m_e v^2}{a_0} = F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{a_0^2} \Rightarrow B$$

3. 关于恒定电流磁场的磁场强度 $\vec{H}$ ，下列几种说法中哪个是正确的？()

(A) $\vec{H}$ 仅与传导电流有关 H 与传导电流、磁导率有关

(B) 以闭合曲线 L 为边缘的任意曲面的通量 $\vec{H}$ 均相等 $\oint \vec{H} d\vec{l} = (\sum I) \text{ 未必相同}$

1. 两个在同一平面内的同心圆线圈，大圆半径为 R ，通有电流 I_1 ，小圆半径为 r ，通有电流 I_2 ，电流方向如图 7-2-2 所示，且 $r \ll R$ 。那么小线圈从图示位置转到两线圈平面相互垂直位置的过程中，磁力矩所做的功为_____。

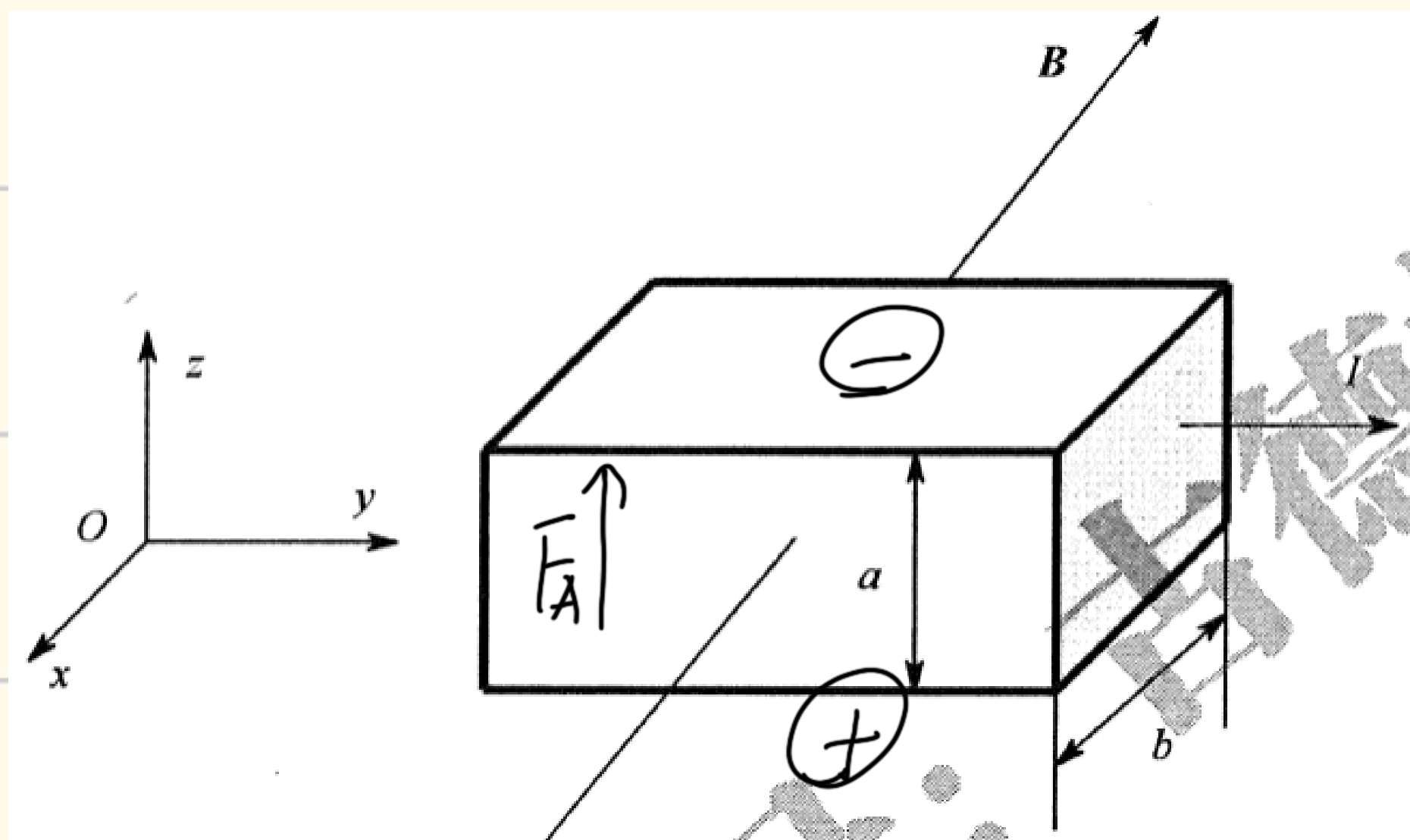


大圆中心处 $B = \frac{\mu_0 I_1}{2R}$

$$\Delta\Phi = 0 - B \cdot S = -\frac{\mu_0 I_1 \pi r^2}{2R}$$

$$A = I_2 \cdot \Delta\Phi = -\frac{\mu_0 I_1 I_2 \pi r^2}{2R}$$

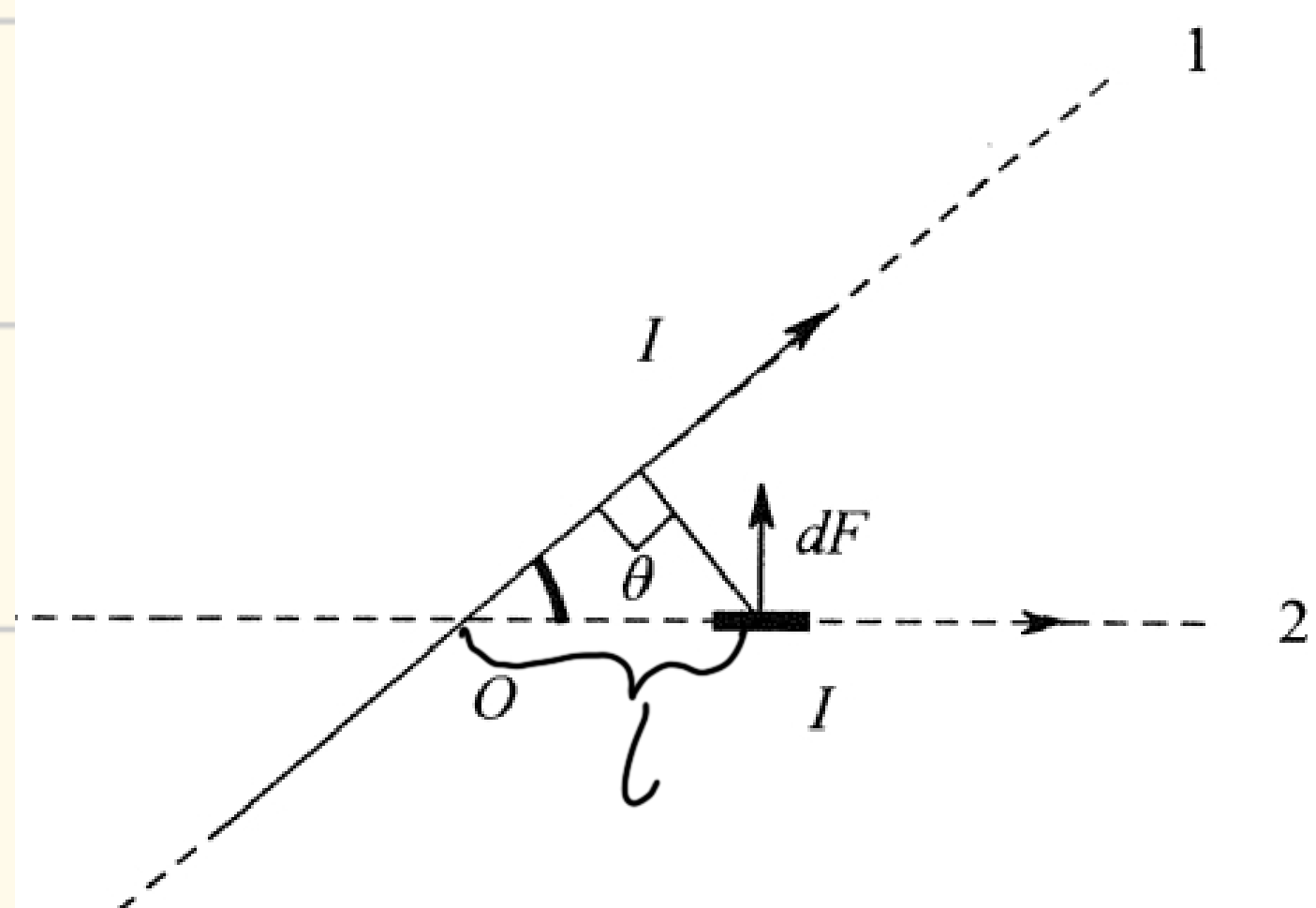
2. 图 7-2-3 所示为磁场中的通电薄金属板，当磁感应强度 $\vec{B}$ 沿 x 轴负向，电流 I 沿 y 轴正向，则金属板中对应于霍尔电势差的电场强度 $\vec{E}_H$ 的方向沿_____。



载流子运动方向：
以 I 方向判断

电流载流子为负电荷
四指指向载流子方向

2. 如图 7-2-5 所示，两根相互绝缘的无限长直导线 1 和 2 铰接于 O 点，两导线间夹角为 θ ，通有相同的电流 I 。试求单位长度的导线所受磁力对 O 点的力矩。



导线 1 产生的磁场： $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi l \sin \theta}$

$$M = \int l dF = \int_l^l B \cdot I dl \cdot l = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi \sin \theta}$$

3. 一螺绕环的中心周长为 $l = 10 \text{ cm}$ ，环上紧密的绕有 $N = 50$ 匝的线圈，线圈中通有 $I = 0.2 \text{ A}$ 的电流。

(3) 磁介质内由导线中的电流产生的 B_0 和由磁化电流产生的 B' 各是多少？

导线电流产生的 $B_0 = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{l} I$

磁化电流产生的附加磁场

$$\mu_r = \frac{B}{B_0} = \frac{B_0 + B'}{B_0}$$

$$B' = (\mu_r - 1) B_0$$

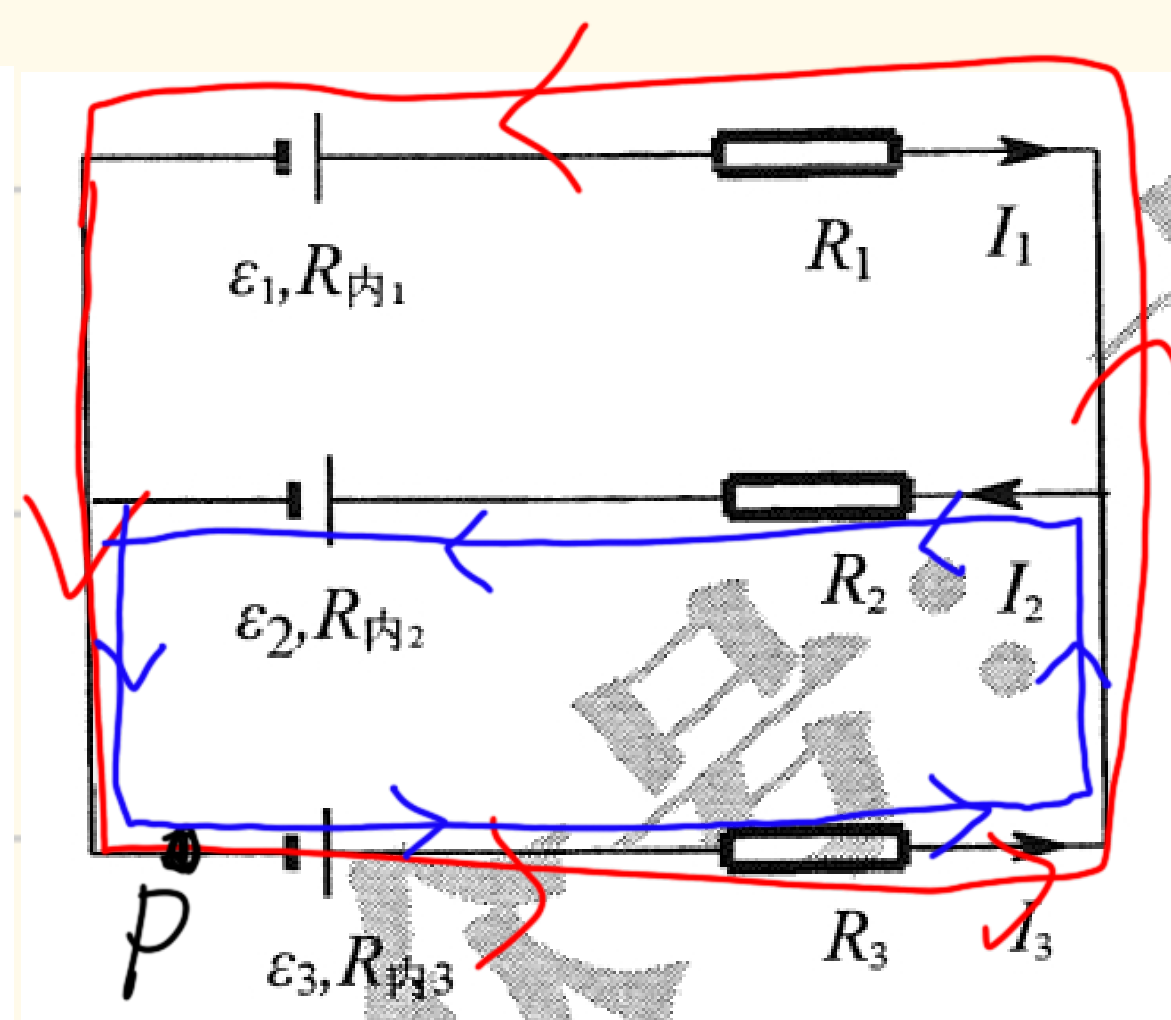
1. 在图 7-3-1 所示的电路中，电源的电动势分别为 ε_1 、 ε_2 和 ε_3 ，内阻分别是 $R_{\text{内}1}$ 、 $R_{\text{内}2}$ 和 $R_{\text{内}3}$ ，外电阻分别为 R_1 、 R_2 和 R_3 ，电流分别为 I_1 、 I_2 和 I_3 ，方向如图所示。下列各式中正确的是 ()

(A) $\varepsilon_3 - \varepsilon_1 + I_1(R_1 + R_{\text{内}1}) - I_3(R_3 + R_{\text{内}3}) = 0$

(B) $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

(C) $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + I_1(R_1 + R_{\text{内}1}) - I_2(R_2 + R_{\text{内}2}) = 0$

(D) $\varepsilon_2 - \varepsilon_3 + I_2(R_2 + R_{\text{内}2}) + I_3(R_3 + R_{\text{内}3}) = 0$



绕红线一周

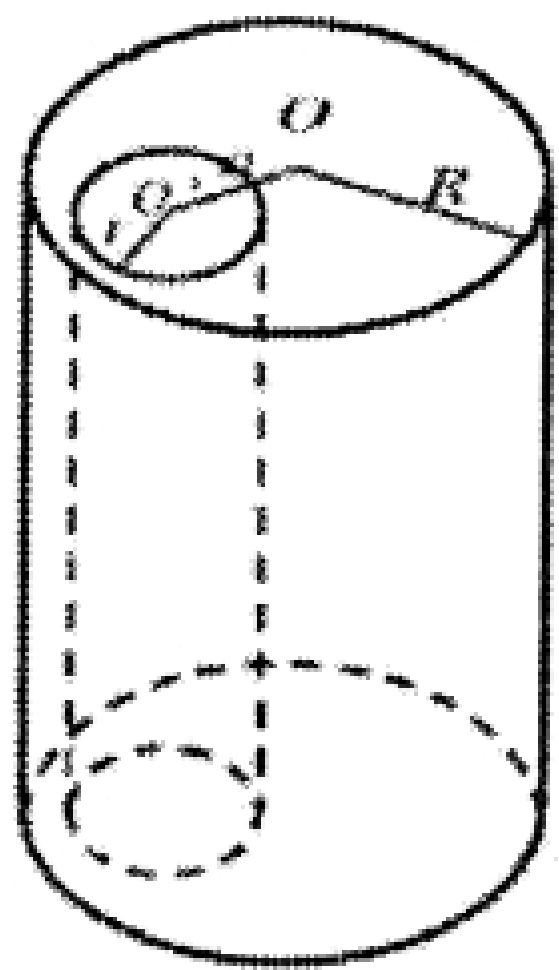
$$\varphi_p + \varepsilon_3 - I_3(R_{\text{内}3} + R_3) + I_1(R_{\text{内}1} + R_1) - \varepsilon_1 = \varphi_p$$

绕蓝线一周

$$\varphi_p + \varepsilon_3 - I_3(R_{\text{内}3} + R_3) - I_2(R_{\text{内}2} + R_2) + \varepsilon_2 = \varphi_p$$

3. 在半径为 R 的长直金属圆柱体内部挖去一个半径为 r 的长直圆柱体，两柱体轴线平行，其间距为 a ，如图 7-3-2 所示。今在此导体上通以电流 I ，电流在截面上均匀分布，则空心部分轴线上 O' 点的磁感应强度的大小为 ()

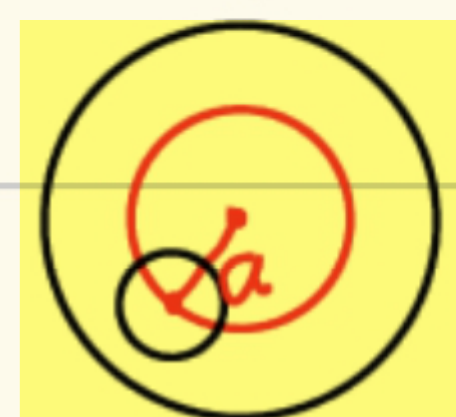
- (A) $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{a^2}{R^2}$ (B) $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{a^2 - r^2}{R^2}$ (C) $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{a^2}{R^2 - r^2}$ (D) $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \left(\frac{a^2}{R^2} - \frac{r^2}{a^2} \right)$



$$\begin{cases} j = \frac{I}{\pi(R^2 - r^2)} \\ \oint B dl = \mu_0 \int j ds \end{cases}$$

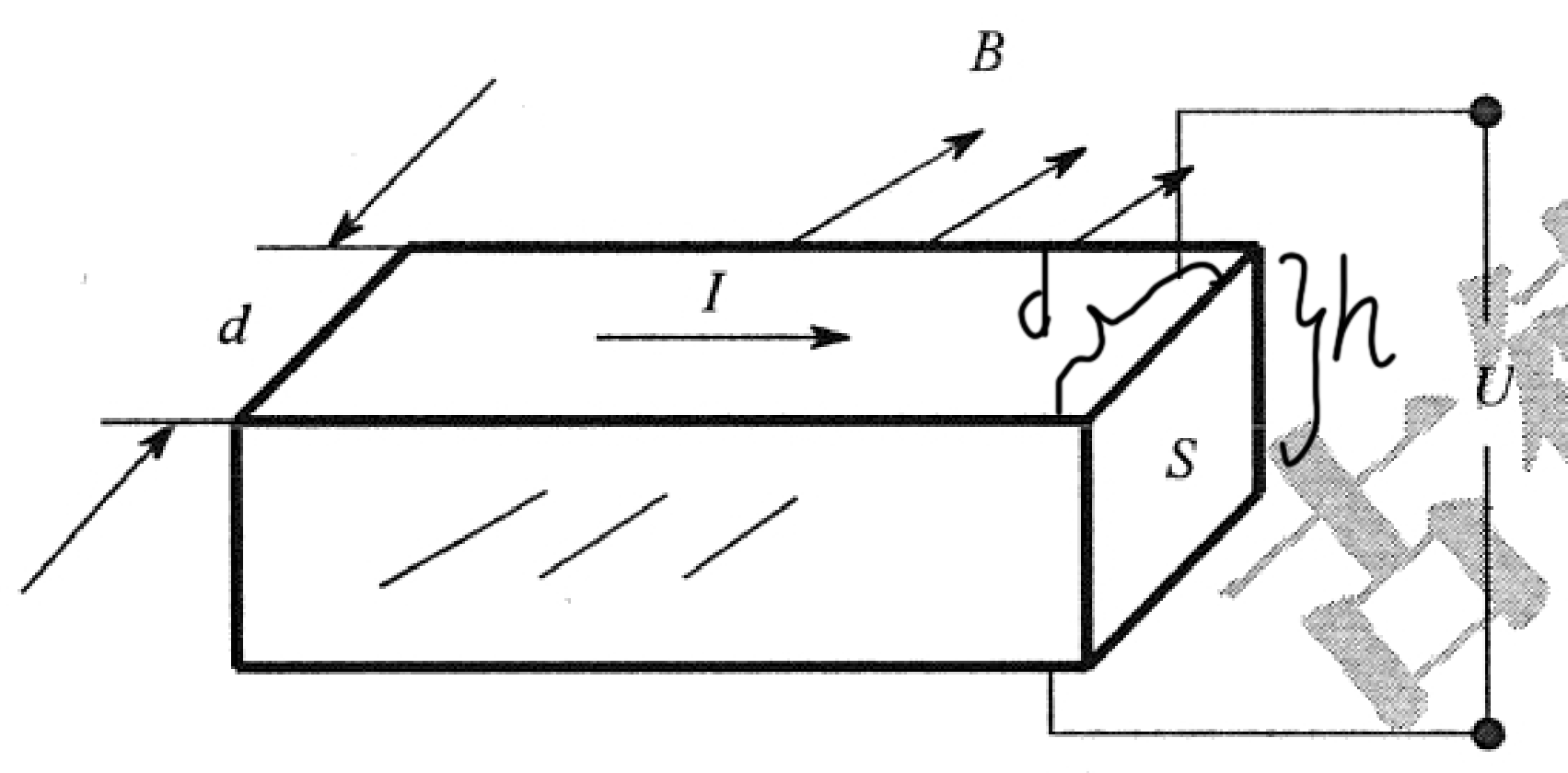
$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{a^2}{R^2 - r^2}$$

注：回路为 (红圈)



6. 一个通有电流 I 的导体，厚度为 d ，横截面积为 S ，放置在磁感应强度为 $\vec{B}$ 的匀强磁场中，磁场方向垂直于导体的侧表面，如图 7-3-4 所示。现测得导体上下两面电势差为 U ，则此导体的霍尔系数等于 ()

- (A) $\frac{UdS}{IB}$ (B) $\frac{IBU}{dS}$ (C) $\frac{US}{IBd}$ (D) $\frac{IUS}{Bd}$ (E) $\frac{Ud}{IB}$



$$Eq = \frac{U}{h} q = Bvq$$

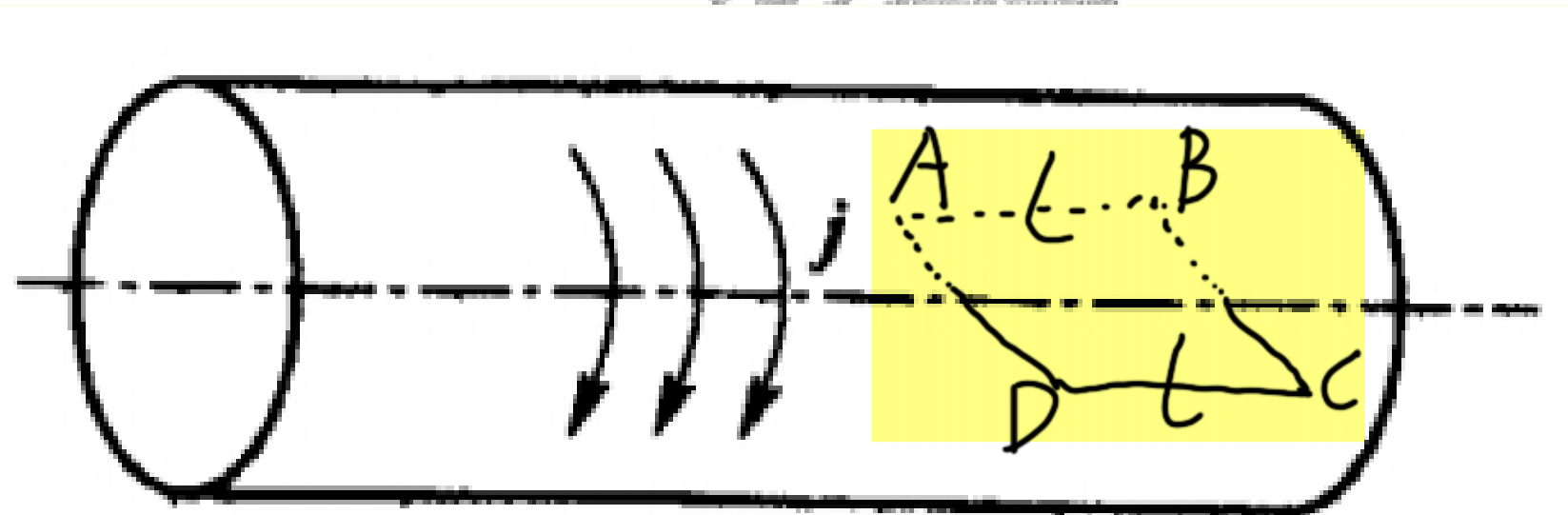
$$U = Bvh$$

$$\text{而 } I = nqvS = nqv dh$$

$$\Rightarrow U = \frac{IB}{nq \cdot d} = k \cdot \frac{IB}{d}$$

$$\Rightarrow k = \frac{Ud}{IB}$$

3. 如图 7-3-8 所示的一无限长直圆筒，沿圆周方向上的面电流密度的大小 (单位垂直长度上的电流) 为 j ，则圆筒内部的磁感应强度的大小为 $B = \underline{\hspace{2cm}}$ ，方向 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



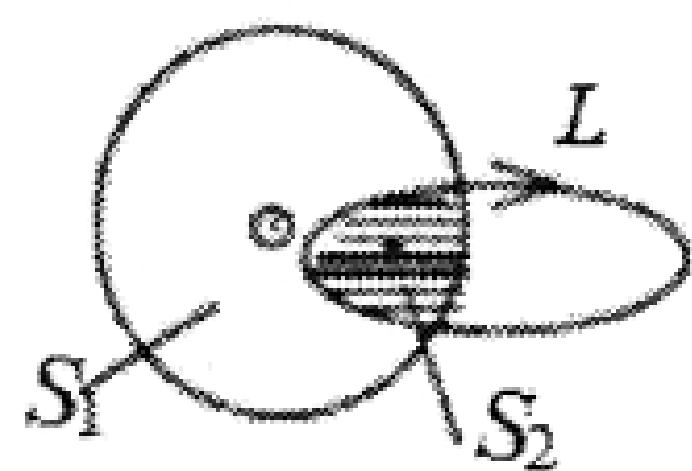
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{AB} \vec{B} \cdot d\vec{l} = Bl$$

$$= \mu_0 I = \mu_0 \int j dl = \mu_0 j l$$

$$\Rightarrow B = \mu_0 j$$

4. 如图 7-3-8 所示，半径为 R 的圆柱体上载有电流 I ，电流在其横截面上均匀分布，一回路 L 通过圆柱内部将圆柱体横截面分为两部分，其面积大小分别为 S_1 、 S_2 ，如图所示，则

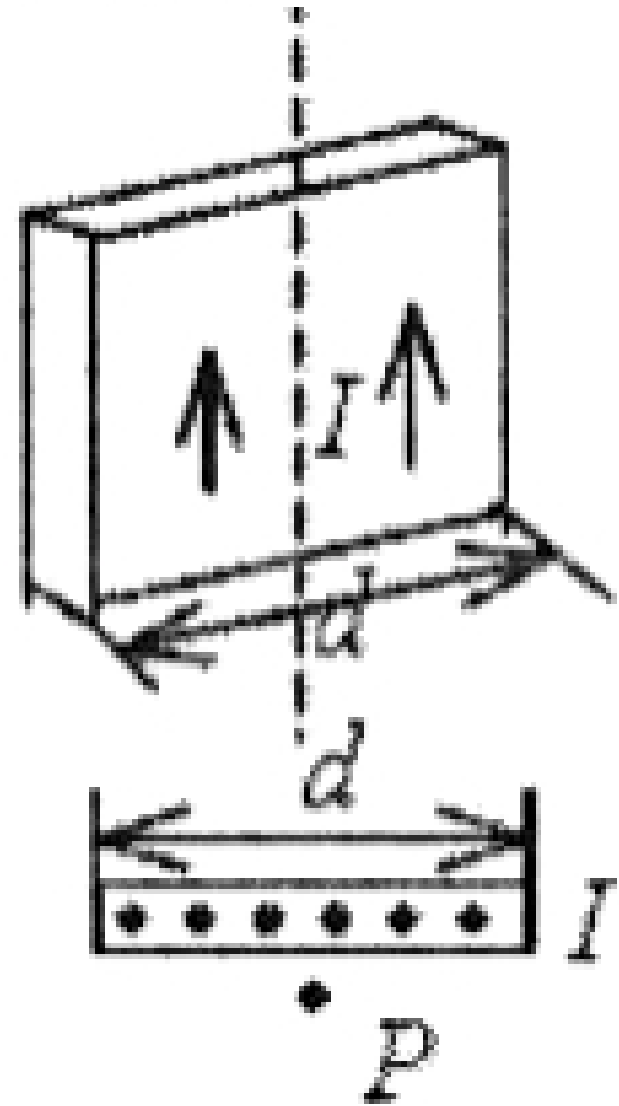
$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



[正向与L呈右手螺旋]

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_{in} = \frac{S_2 I}{S_1 + S_2}$$

5.如图 7-3-9 所示, 在宽度为 d 的导体薄片上有电流 I 沿此导体长度方向流过, 电流在导体宽度方向均匀分布。导体外在筒体中线附近 P 点处的磁感应强度 $\vec{B}$ 的大小为_____。



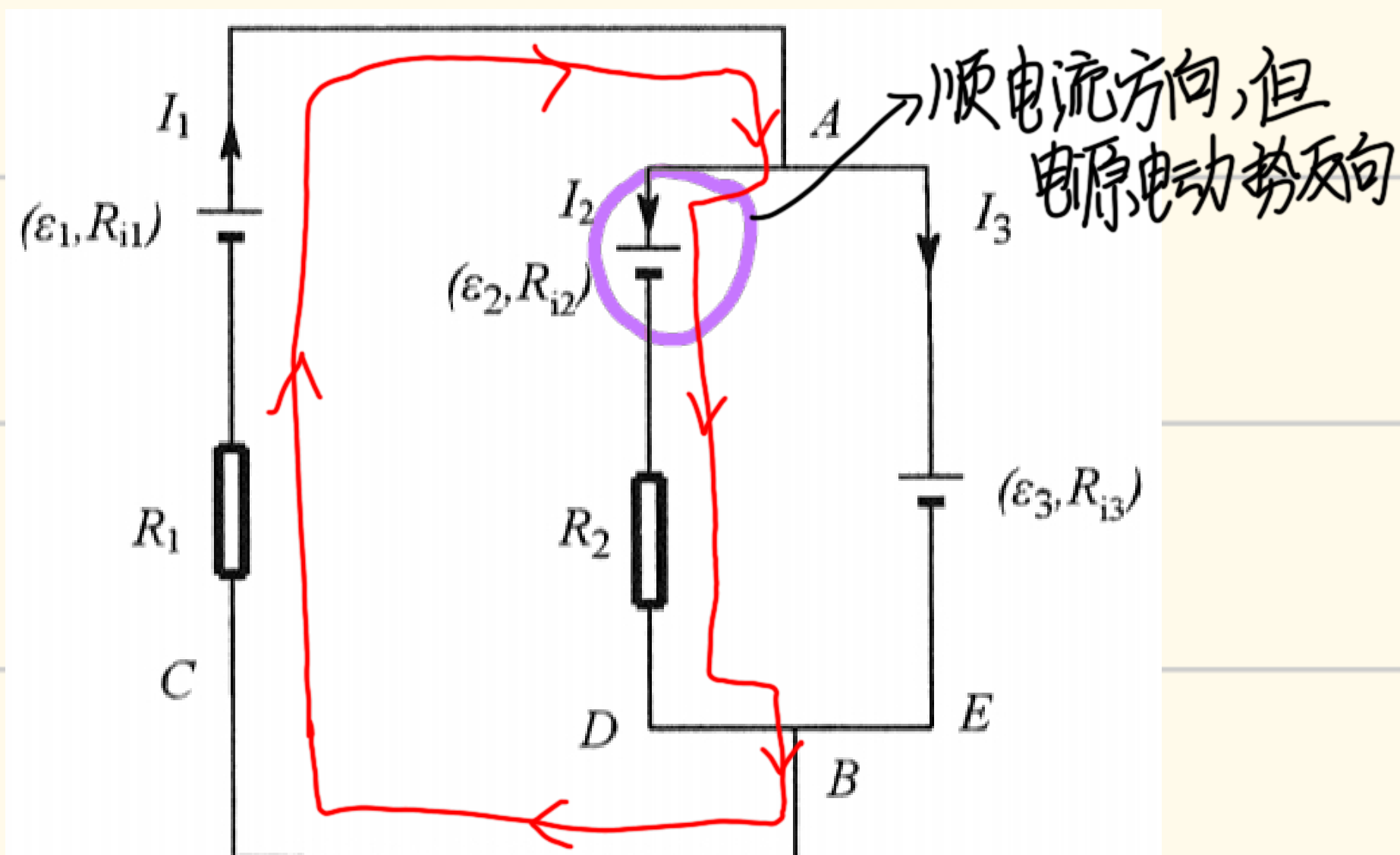
因 P 距薄片很近, 可视为无限大带电平面

$$B = \frac{\mu_0 j}{2} \Rightarrow \text{注意 } j \text{ 为单位宽导线的电流密度}$$

$$\text{即 } j = \frac{I}{d}, B = \frac{\mu_0 I}{2d}$$

2.图 7-3-10 所示的电路中, $\varepsilon_1 = 3.0V$, $\varepsilon_2 = 1.0V$, $\varepsilon_3 = 2.0V$, $R_{\text{内}1} = R_{\text{内}2} = R_{\text{内}3} = 1\Omega$,

$R_1 = 3.0\Omega$, $R_2 = 1.0\Omega$ 。试求: (1) 通过 ε_1 的电流 I_1 ; (2) ε_1 提供的电功率 P 。



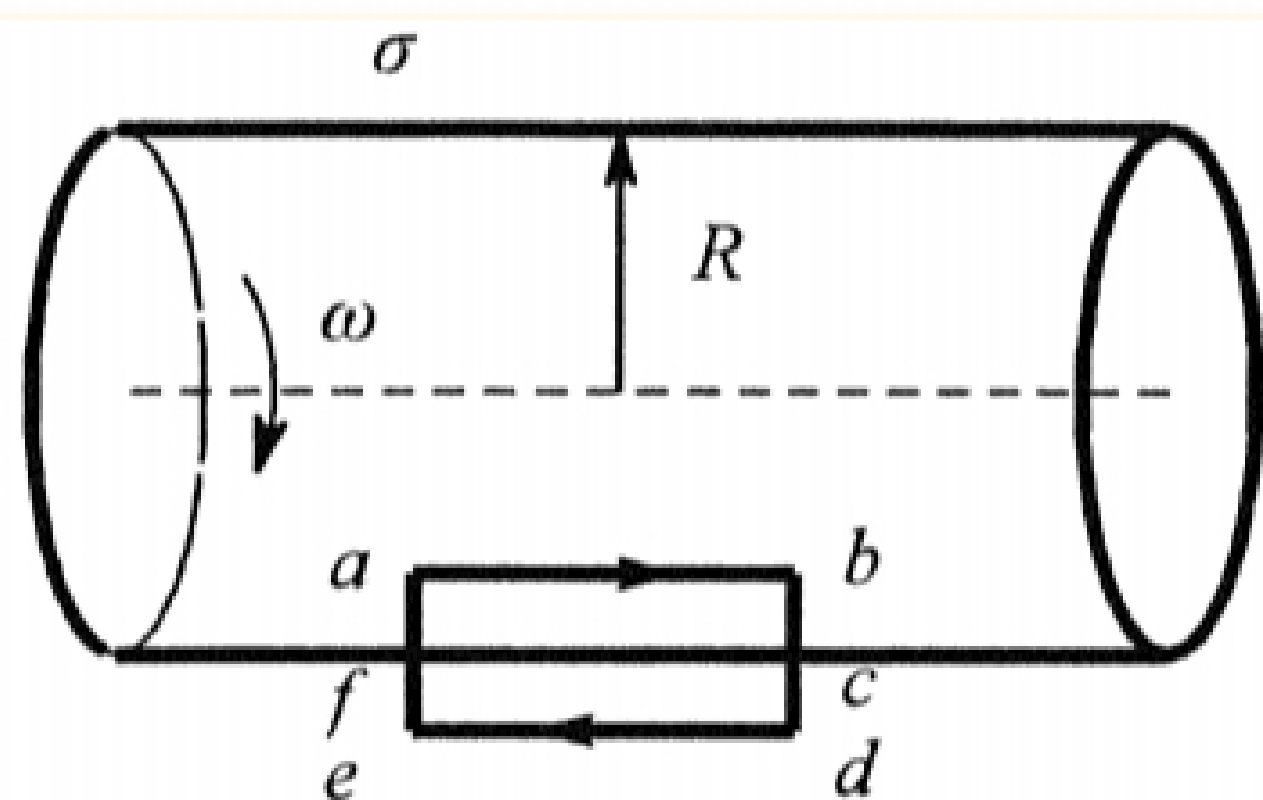
$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ \varepsilon_3 - I_1(R_1 + R_{\text{内}1}) - \varepsilon_2 - I_2(R_2 + R_{\text{内}2}) = 0 \\ \varepsilon_3 - I_1(R_1 + R_{\text{内}1}) - \varepsilon_3 - I_3 R_{\text{内}3} = 0 \end{cases}$$

3.给电容为 C 的平行板电容器充电, 电流为 $i = 0.2e^{-t}$ (SI), 时电容器极板上无电荷。求:

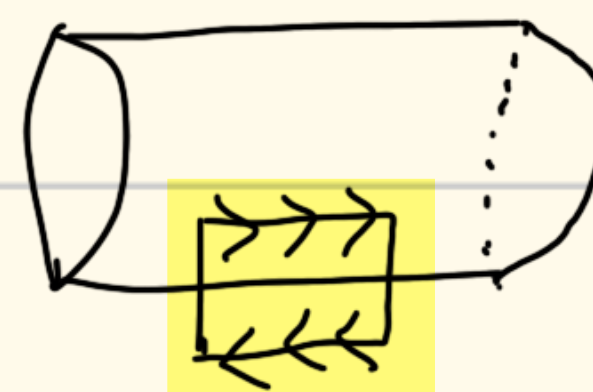
(1) 极板间电压 U 随时间 t 而变化的关系; (2) t 时刻极板间总的位移电流 I_d (忽略边缘效应)

$$\text{电路中变化电流产生} \Rightarrow I_d = i$$

4.如图 7-3-11 所示, 一半径为 R 的均匀带电无限长直圆筒, 电荷面密度为 σ 。该筒以角速度 ω 绕其轴线匀速旋转。试求圆筒内部的磁感应强度。



取安培环路



而不是



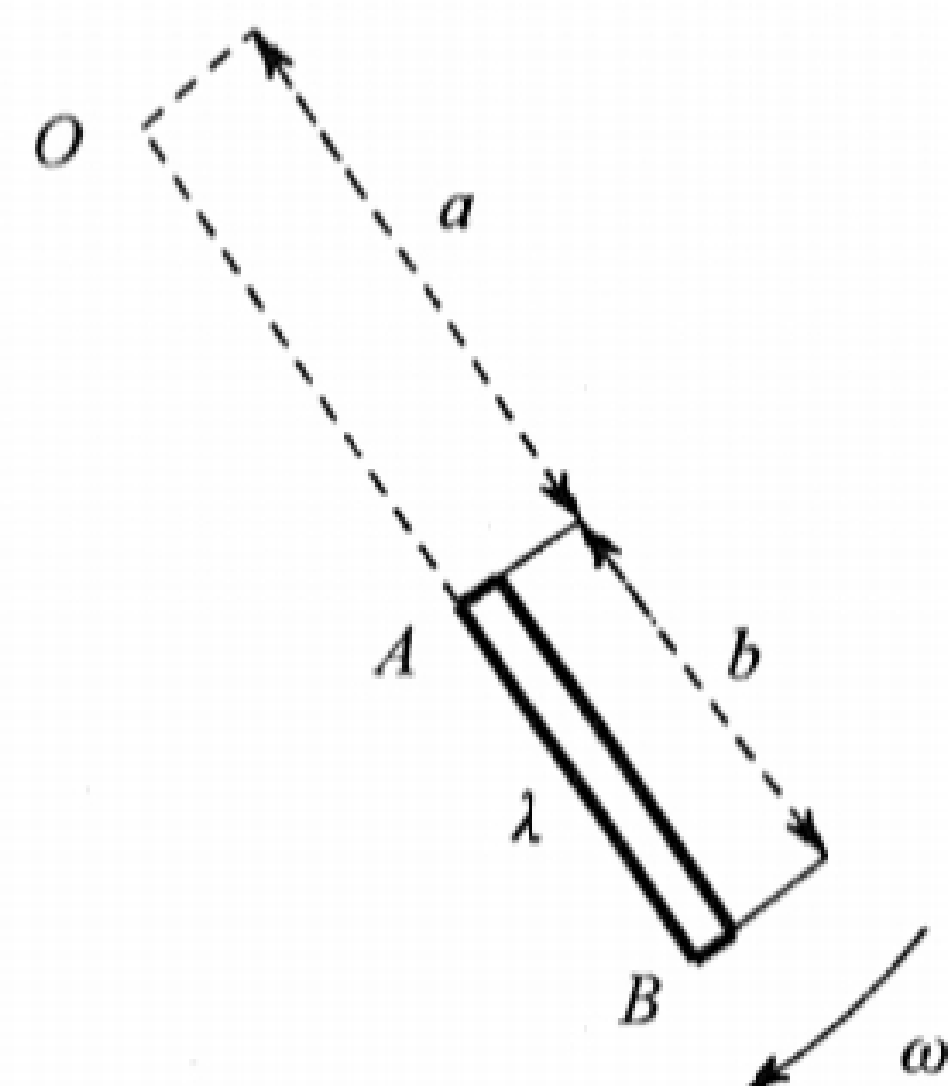
5.如图 7-3-12 所示, 一均匀带电刚性细杆 AB , 电荷线密度为 λ , 绕垂直于直线的轴 O 以 ω 角速度匀速转动 (O 点在细杆 AB 延长线上)。求: (1) O 点的磁感应强度 $\vec{B}$; (2) 磁矩 $\vec{m}$;

(3) 若 $a \gg b$, 求 $\vec{B}$ 及 $\vec{m}$ 。

$$(1) dI = \frac{\lambda dr}{2\pi/\omega}$$

$$\text{又因 } B = \frac{\mu_0 I}{2r} \text{ (圆形电流)}$$

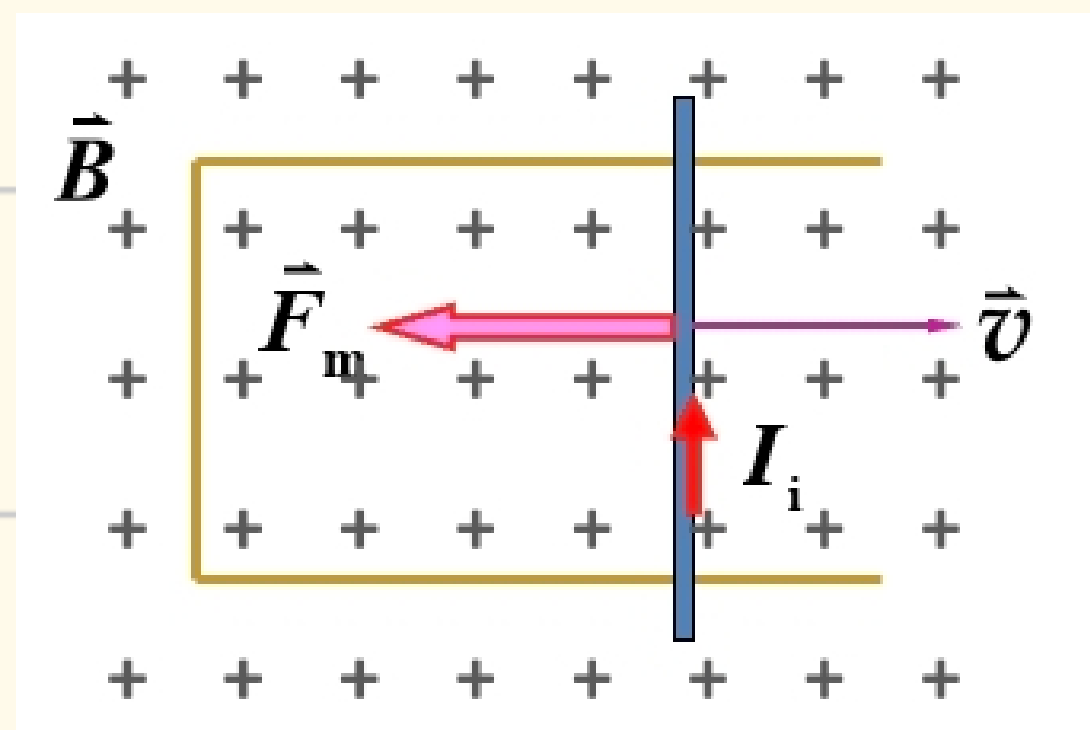
$$B = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0}{2r} \cdot \frac{\lambda \omega}{2\pi} \cdot dr$$



第八章 电磁感应

楞次定律

闭合的导线回路中所出现的感应电流，总是使它自己所激发的磁场反抗任何引发电磁感应的原因（反抗相对运动、磁场变化或线圈变形等）



机械能 $\rightarrow$ 焦耳热

法拉第电磁感应定律

$$E = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{其中 } \Phi = \int \vec{B} d\vec{S}$$

回路中感应电荷

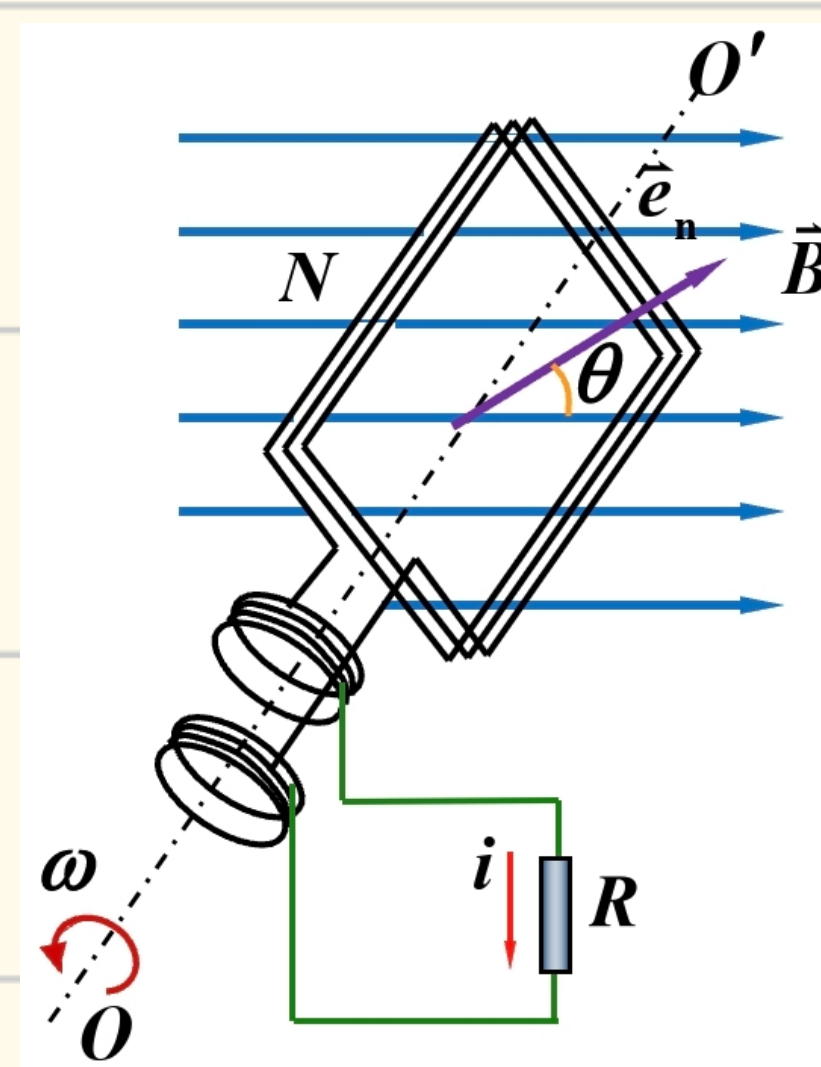
$$q = \int_{t_1}^{t_2} i dt = - \frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = \frac{1}{R} (\Phi_1 - \Phi_2)$$

q 与 $\Delta\Phi$ 有关，与 Φ 变化快慢无关

交流电发电

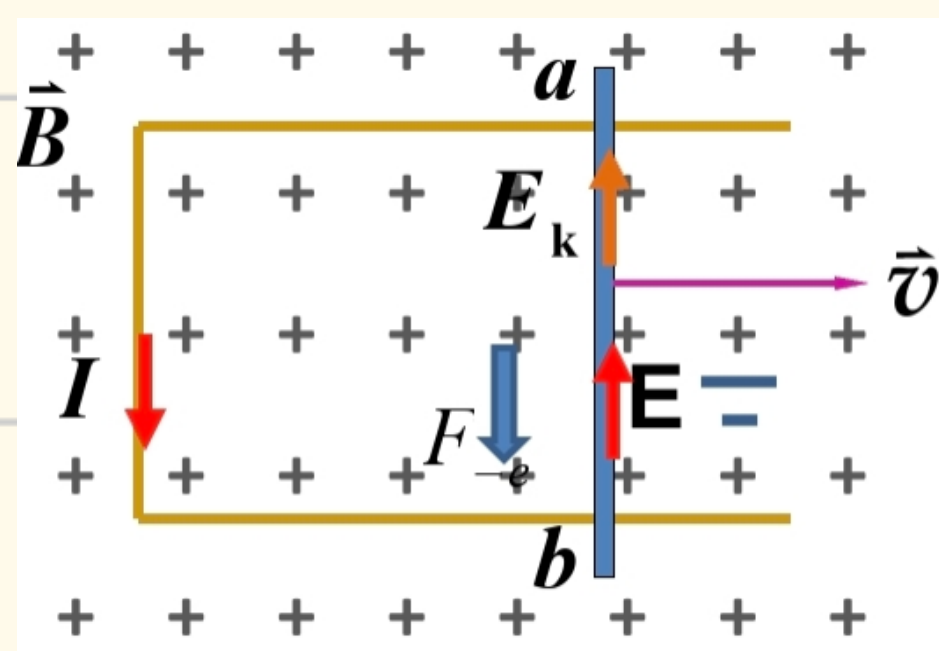
$$\begin{aligned} \Phi &= NBS \cos\theta \\ &= NBS \cos\omega t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= NBS\omega \sin\omega t \\ &= E_m \sin\omega t \end{aligned}$$



动生电动势

$$E = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l}$$

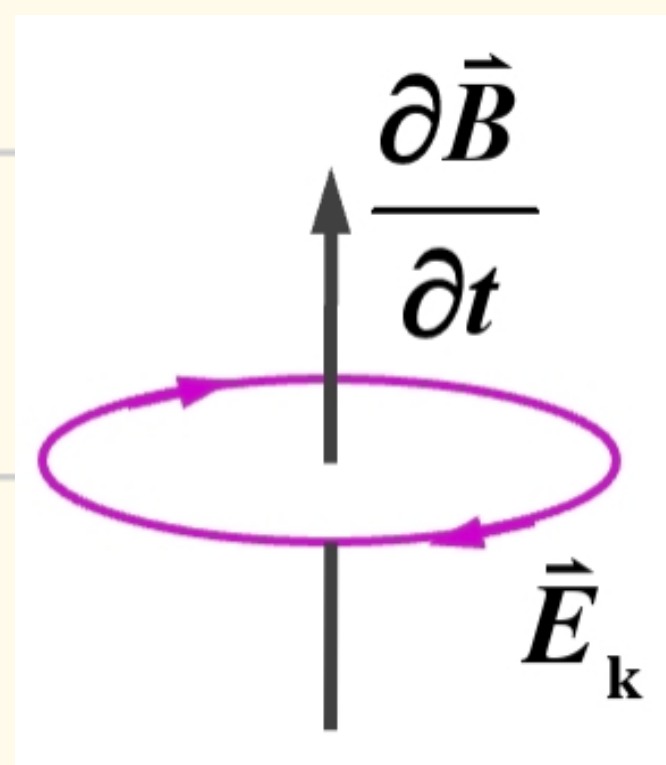


四指 (- → +)
大拇指 $\vec{v}$

来源于洛伦兹力(能量转换)
仅切割磁感线才产生

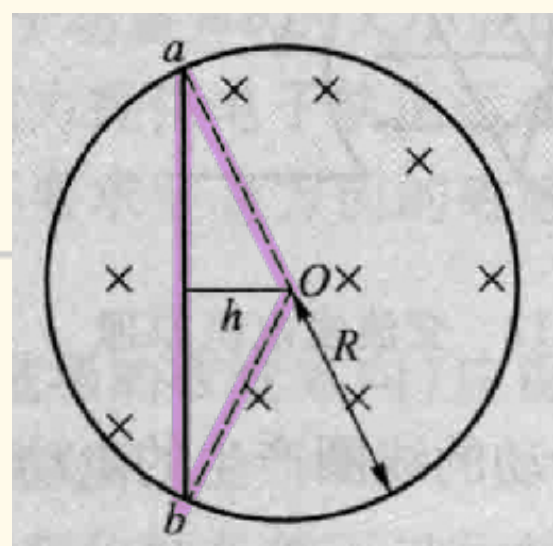
感生电动势

$$E = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$



感生电场为涡旋场, 始终与半径垂直
电动势 $E = \oint \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l}$

例如:



由于 $E = \int \vec{E} d\vec{l}$, 而且 $\vec{E} \perp \vec{R}$

$\Rightarrow$ 在 $\triangle aob$ 中, ao 边、 bo 边的电动势 $E = 0$

$$E_{ab} = E = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = B \cdot S$$

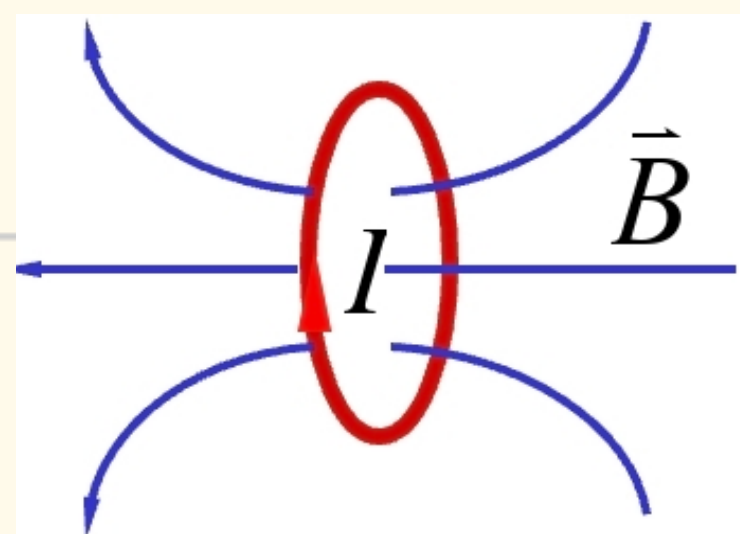
$$S = \frac{1}{2} h l = \frac{1}{2} l \sqrt{R^2 - (\frac{l}{2})^2}$$

自感现象

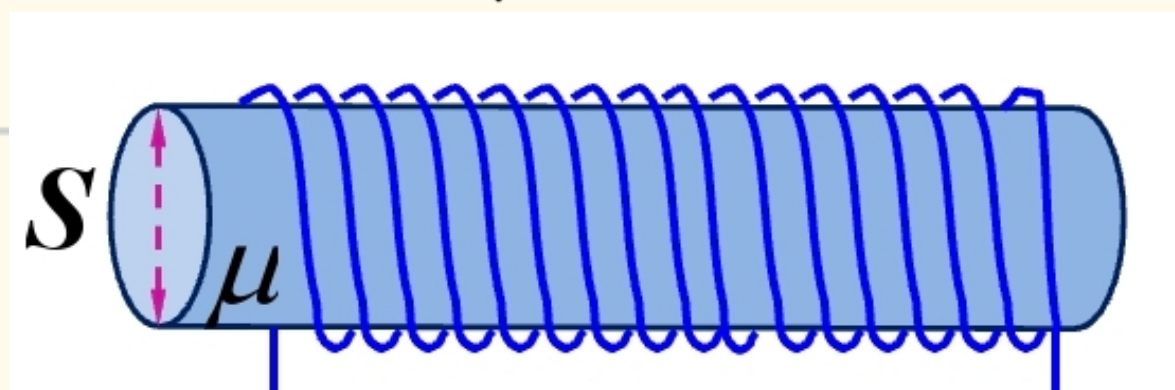
$$L = \frac{\Phi}{I} \quad \text{单位 H 亨利}$$

若 N 匝线圈, $L = \frac{\Psi}{I}$, $\Psi = N\Phi$

$$\text{自感电动势 } \varepsilon_L = - \frac{d(LI)}{dt} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$



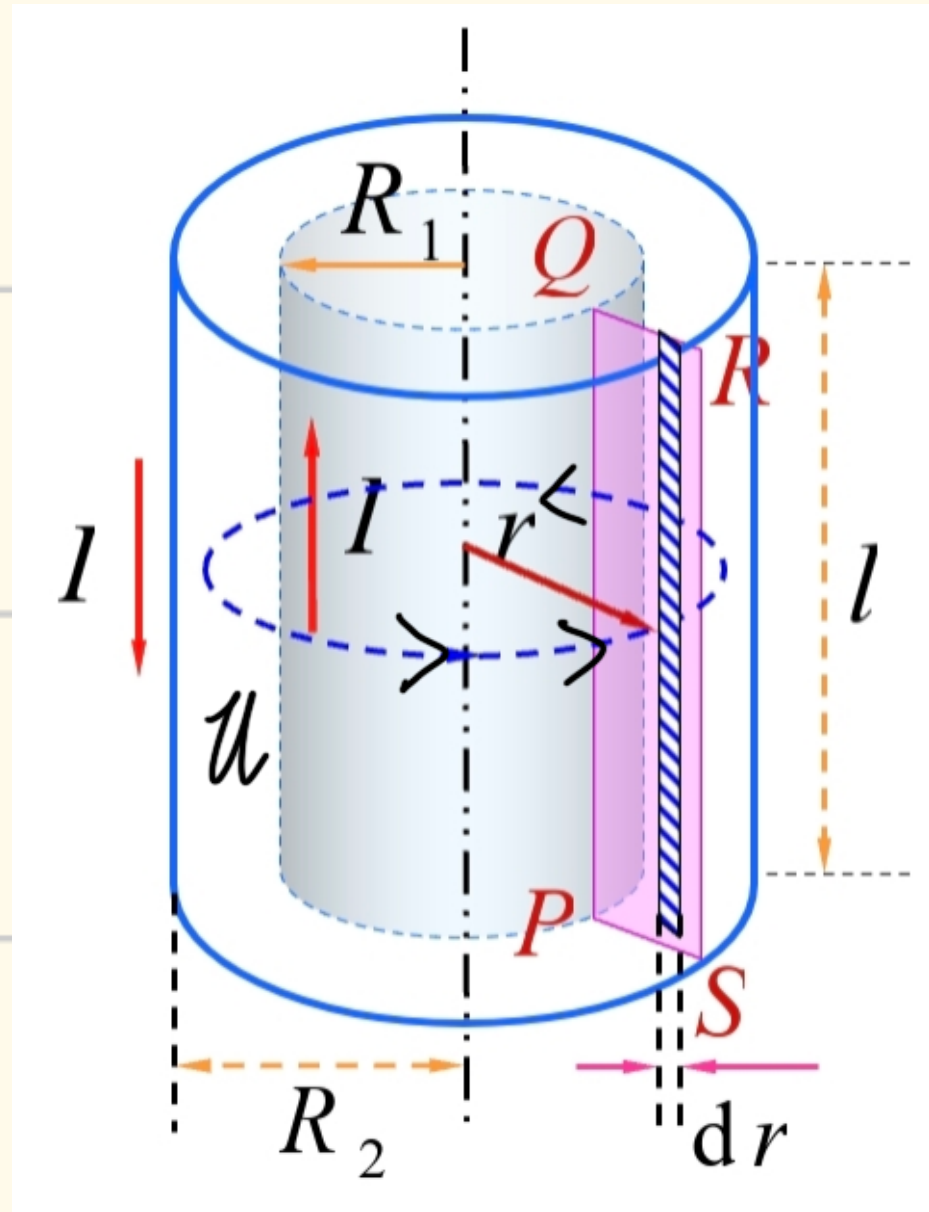
自感的计算举例:



$$\begin{cases} n = \frac{N}{l} \\ B = \mu_0 n I \\ \Psi = N\Phi = NBS = LI \end{cases}$$

$$\Rightarrow L = \mu_0 n^2 V$$

L 只与线圈形状、大小、磁介质性质有关



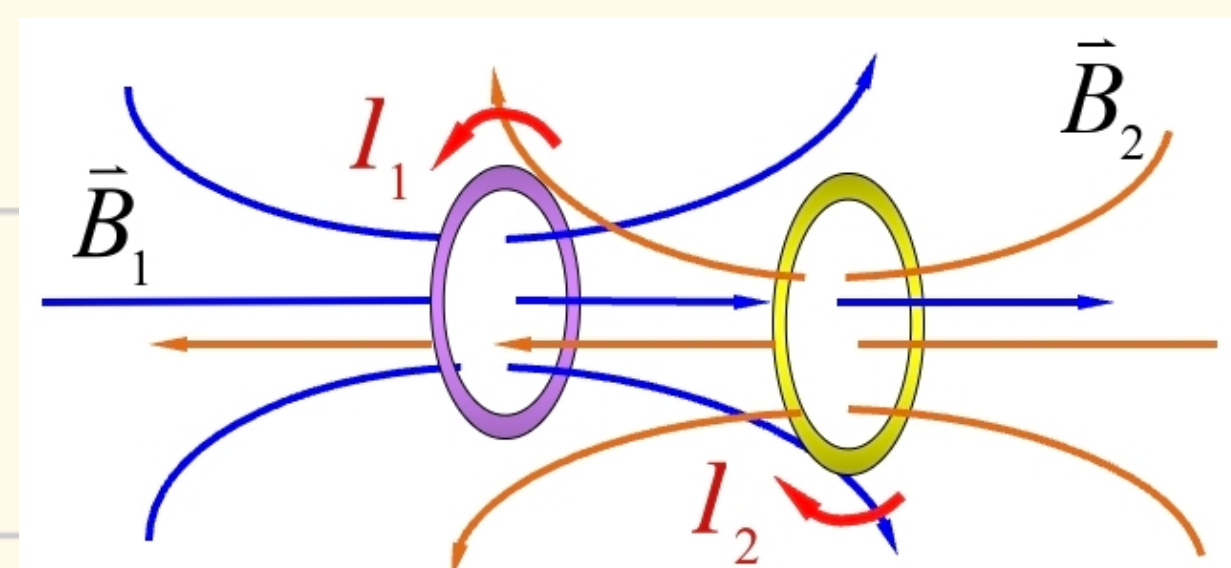
取安培环路, B 仅与内筒电流有关

$$\begin{cases} \oint B dl = 2\pi r B = \mu I \\ \Phi = \int_{R_1}^{R_2} B l dr = L I \end{cases}$$

$$\Rightarrow L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

互感现象

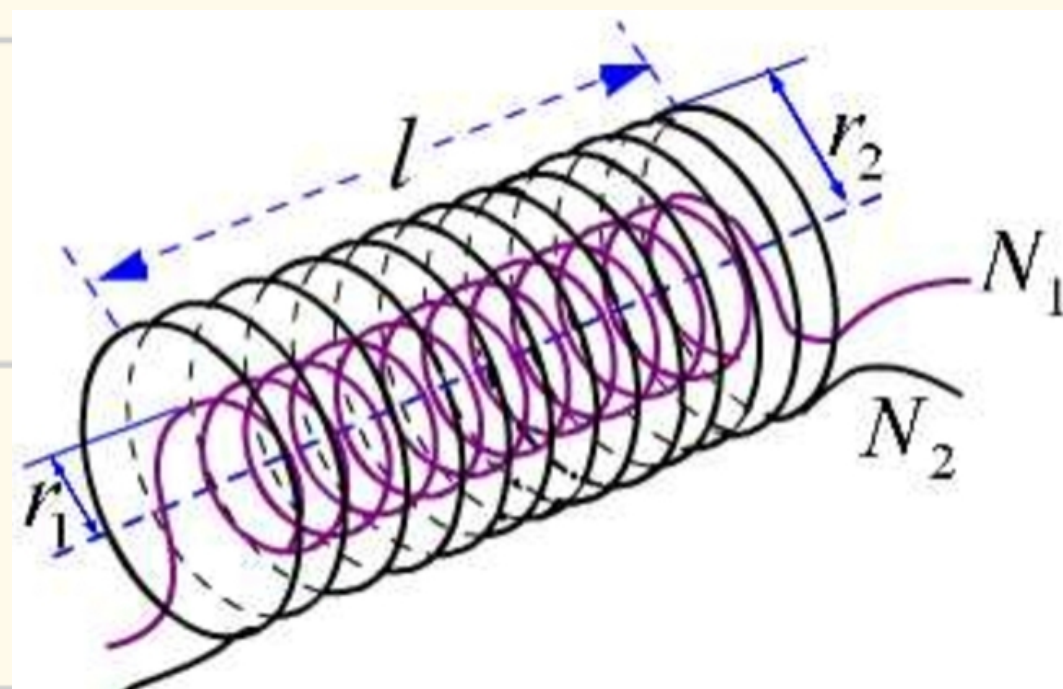
$$M = \frac{\Phi_{12}}{I_1} = \frac{\Phi_{21}}{I_2}$$



互感电动势

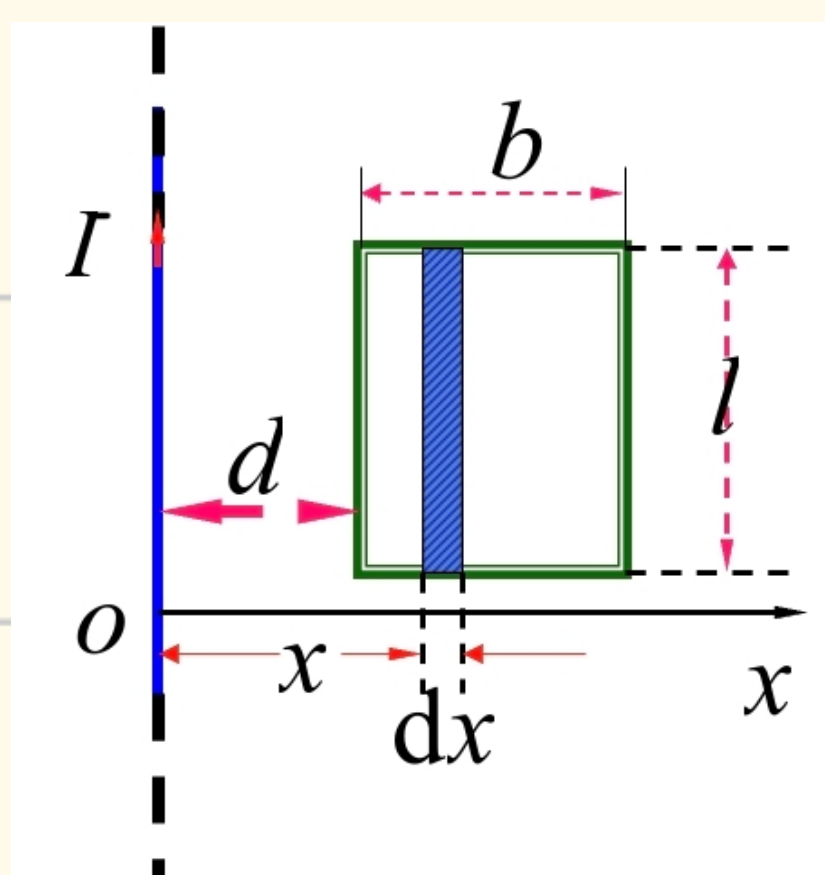
$$\mathcal{E}_{12} = -M \frac{dI_2}{dt} \quad \mathcal{E}_{21} = -M \frac{dI_1}{dt}$$

互感的计算举例



$$M = \mu_0 n_1 n_2 V, \quad V = l \cdot \pi r_1^2$$

为小螺线管体积



$$\begin{cases} \Phi = M I \\ \Phi = \int_0^b B l dx \\ B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \end{cases}$$

$$\Rightarrow M = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \left(\frac{b+d}{d} \right)$$

磁场的能量

自感线圈电磁能 $W_m = \frac{1}{2} L \cdot I^2$

$$W_m = \int_V w_m dV$$

$$\text{其中, } w_m = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}BH$$

麦克斯韦方程组

静电场高斯定理

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum q_0$$

电场环流定理

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

磁场高斯定理

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

安培环路定理

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum I_c + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$$

物态方程

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r} \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}$$

静止电场 $\Rightarrow$ 静电场 $\left\{ \begin{array}{l} \text{库仑定律} \\ \text{高斯定理} \\ \frac{d\varphi}{dt} \end{array} \right.$

恒定磁场 $\Rightarrow$ 恒定电流 $\left\{ \begin{array}{l} \text{毕奥-萨伐尔定律} \\ \text{安培环路定理} \end{array} \right.$

变化电场 $\Rightarrow$ 位移电流

变化磁场 $\Rightarrow$ 感生电场 $\left\{ \begin{array}{l} \text{法拉第电磁感应定律} \end{array} \right.$

hw 8

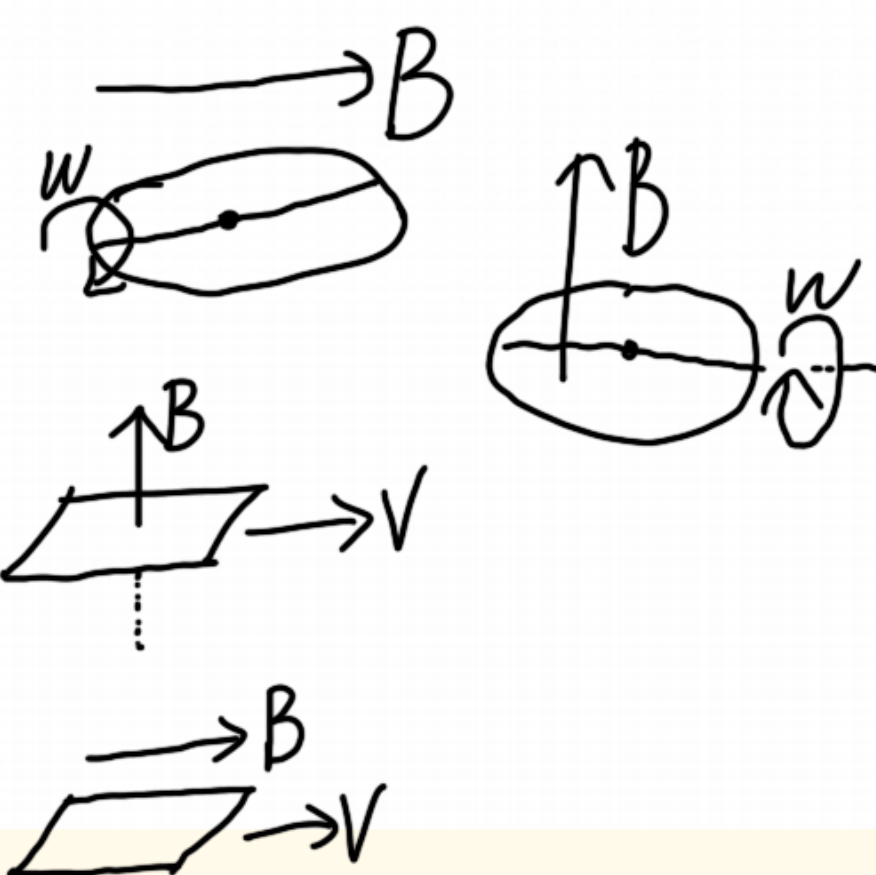
3. 一导体圆线圈在均匀磁场中运动，能使其产生感应电流的一种情况是 (B)

(A) 线圈绕自身直径轴转动，轴与磁场方向平行；

(B) 线圈绕自身直径轴转动，轴与磁场方向垂直；

(C) 线圈平面垂直于磁场并沿垂直磁场方向平移；

(D) 线圈平面平行于磁场并沿垂直磁场方向平移。



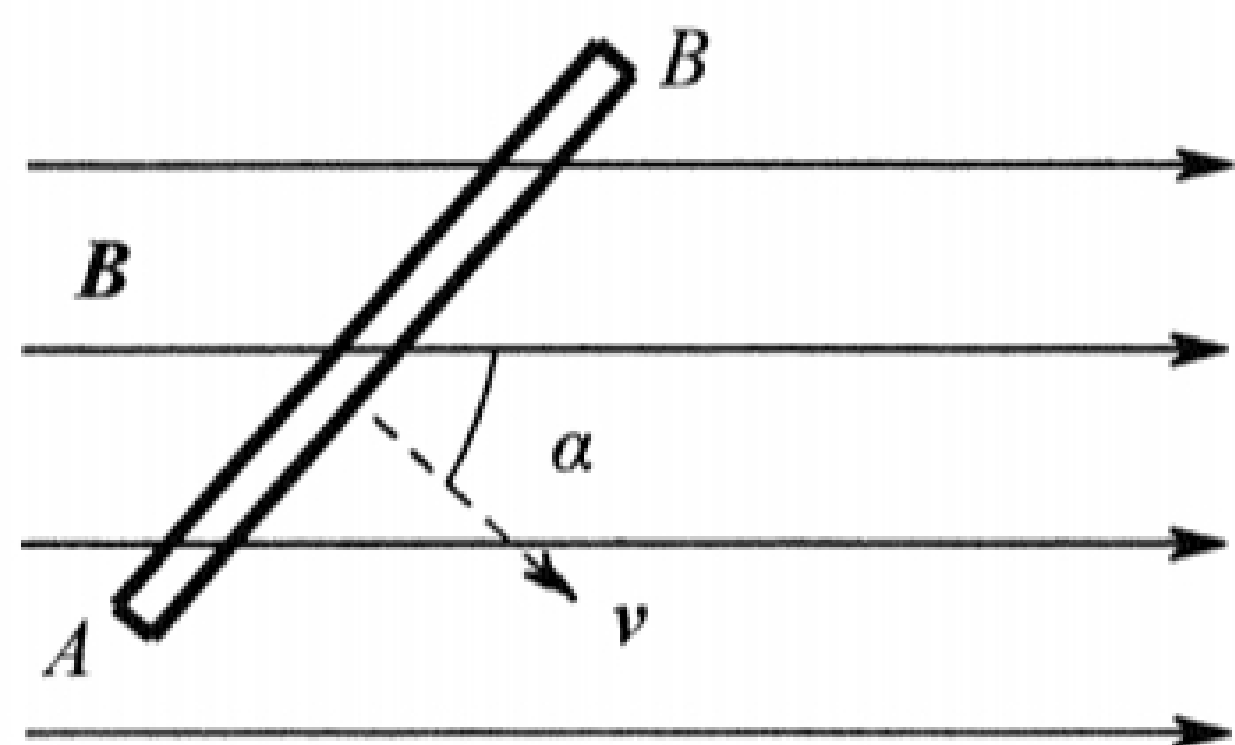
4. 如图 8-1-3 所示，长度为 l 的金属棒 AB 在均匀磁场中以速度 v 匀速运动，则 AB 中的电动势为 (D)

(A) Blv

(B) $Blv \sin \alpha$

(C) $Blv \cos \alpha$

(D) 0



$$E = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{v} \parallel \vec{B} \Rightarrow E = 0$$

5. 将形状完全相同的铜环和木环静止放置，并使通过两环面的磁通量随时间的变化率相等，则不计自感时 (D)

(A) 铜环中有感应电动势，木环中无感应电动势；

(B) 铜环中感应电动势大，木环中感应电动势小；

(C) 铜环中感应电动势小，木环中感应电动势大；

(D) 两环中感应电动势相等。

均有 $E_{\text{感}}$ ，只是木环无法形成电流

7. 在两个永久磁极中间放置一圆形线圈，线圈的大小和磁极大小约相等，线圈平面和磁场方向垂直。今欲使线圈中产生逆时针方向（俯视）的瞬时感应电流 i （图 8-1-4），可选择下列哪一个方法？ (C)

(A) 把线圈在自身平面内绕圆心旋转一个小角度

Φ 不变

(B) 把线圈绕通过其直径的 OO' 轴转一个小角度

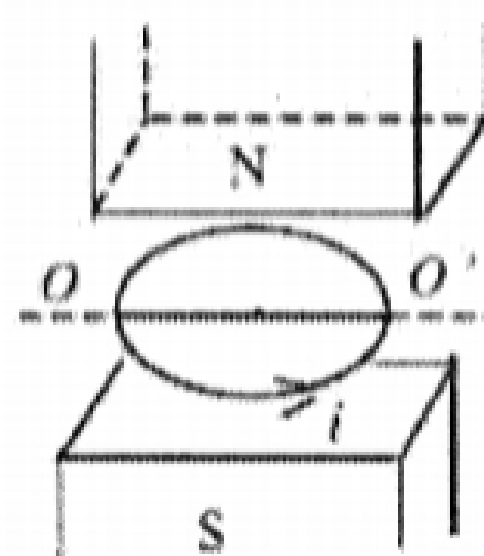
$\Phi \downarrow$

(C) 把线圈向上平移

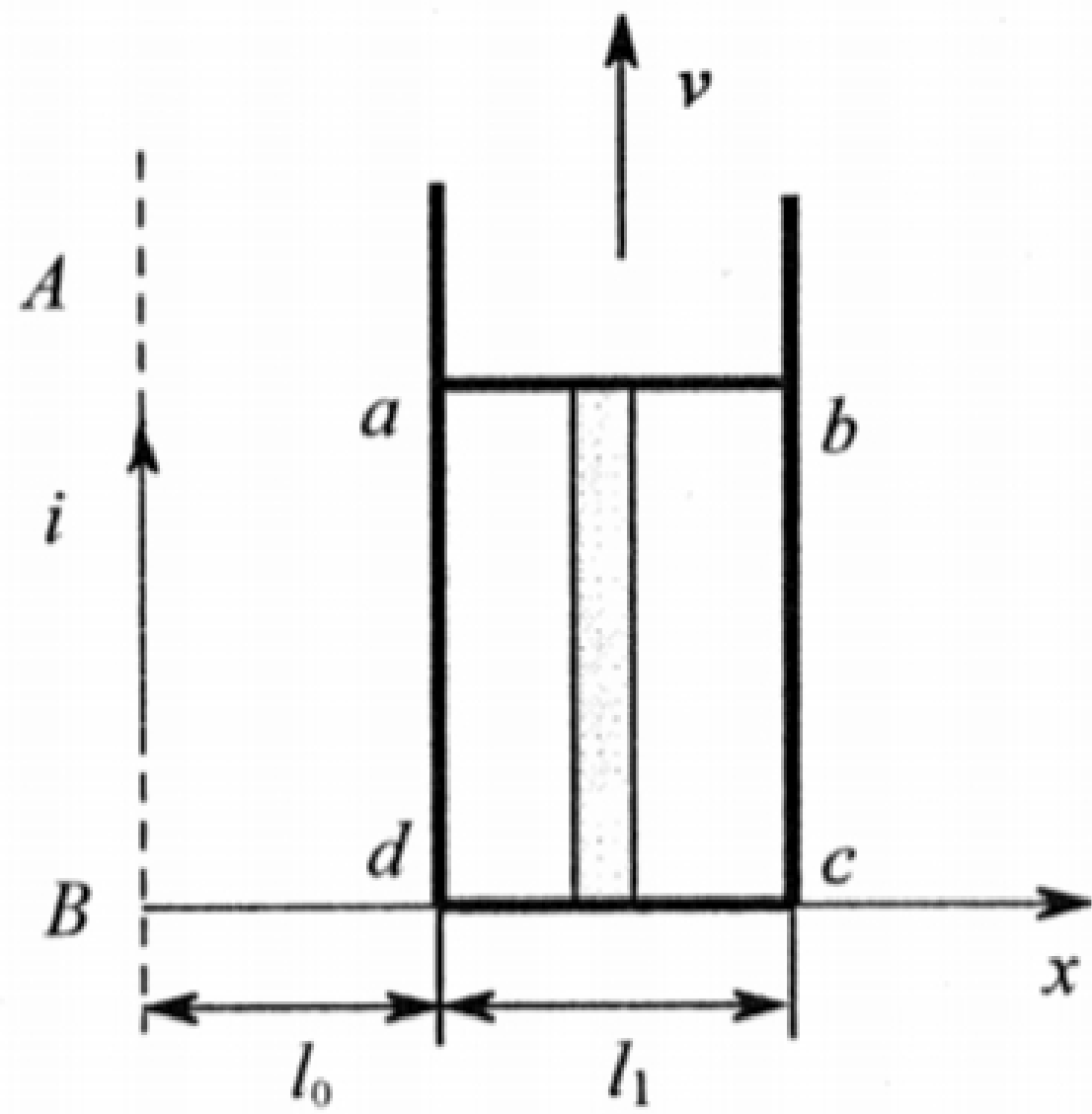
靠近 N 极, $\Phi \uparrow$

(D) 把线圈向右平移

$\Phi \downarrow$



4.如图 8-1-11 所示,长直导线中电流为 i , 矩形线框 $abcd$ 与长直导线共面, 且 $ad \parallel AB$, dc 边固定, ab 边沿 da 及 cb 以速度 $\vec{v}$ 无摩擦地匀速平动。 $t=0$ 时, ab 边与 cd 边重合。设线框自感忽略不计。(1) 如 $i = I_0$, 求 ab 中的感应电动势。 ab 两点哪点电势高? (2) 如 $i = I_0 \cos \omega t$, 求 ab 边运动到任一时刻 t 时线框中的总感应电动势。



$$(1) E = \int_{l_0}^{l_0+l_1} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_{l_0}^{l_0+l_1} v \cdot \frac{\mu_0 I_0}{2\pi x} dx$$

$$(2) E = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{1}{dt} \cdot B dS$$

$$= - \frac{1}{dt} \cdot \int_{l_0}^{l_0+l_1} \frac{\mu_0 \cdot I_0 \cos \omega t}{2\pi} \cdot v t dx$$

3.已知一螺绕环的自感系数为 L 。若将该螺绕环锯成两个半环式的螺线管, 则两个半环螺线管的自感系数 (D)

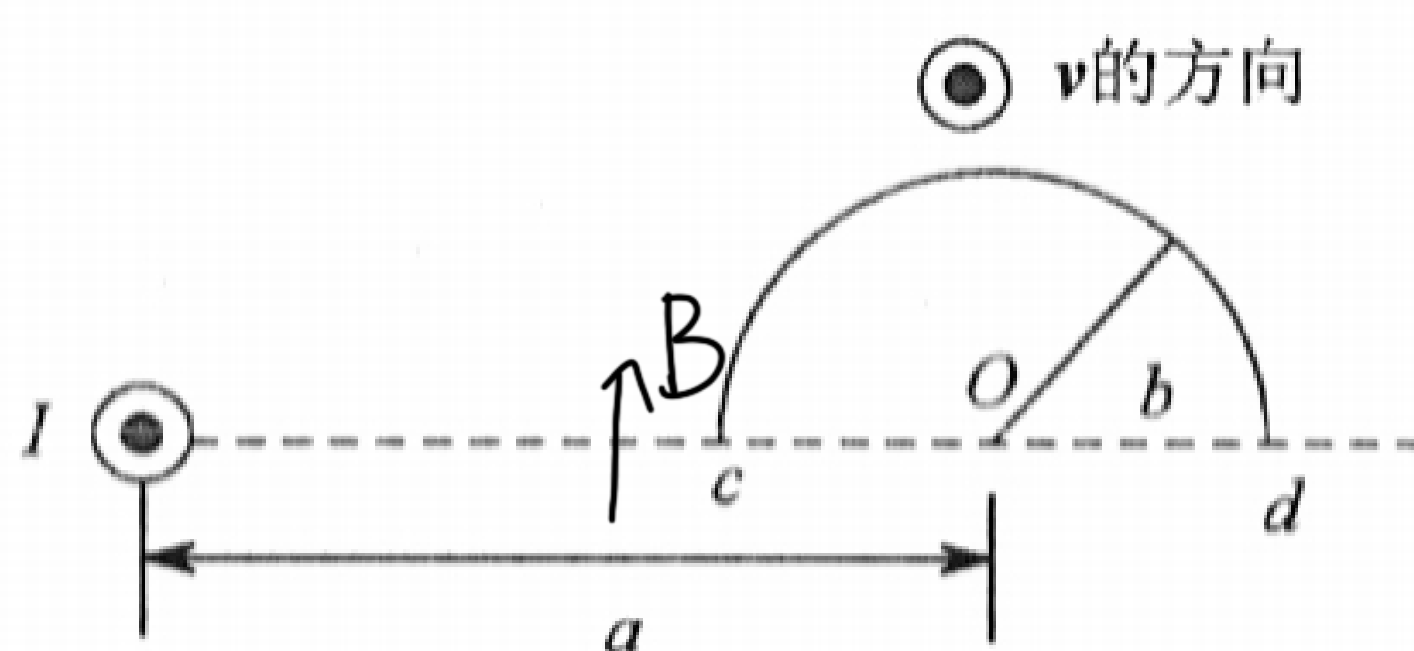
(A) 都等于 $\frac{1}{2}L$

(B) 有一个大于 $\frac{1}{2}L$, 另一个小于 $\frac{1}{2}L$

(C) 都大于 $\frac{1}{2}L$ (D) 都小于 $\frac{1}{2}L$

$L = \mu_0 n^2 V \Rightarrow$ 切半后, $L \rightarrow \frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{2}$
但因出现了互感, 产生遏制, 使双方 $L_0 < \frac{1}{2}$

1.载有恒定电流 I 的长直导线旁有半圆环导线 cd , 半圆环半径为 b , 环面与直导线垂直, 且半圆环两端点连线的延长线与直导线相交, 如图 8-2-3.当半圆环以速度 v 沿平行于直导线的方向平移时, 半圆环上的感应电动势的大小是_____。



注意, $E_{cd} = E_{dc}$

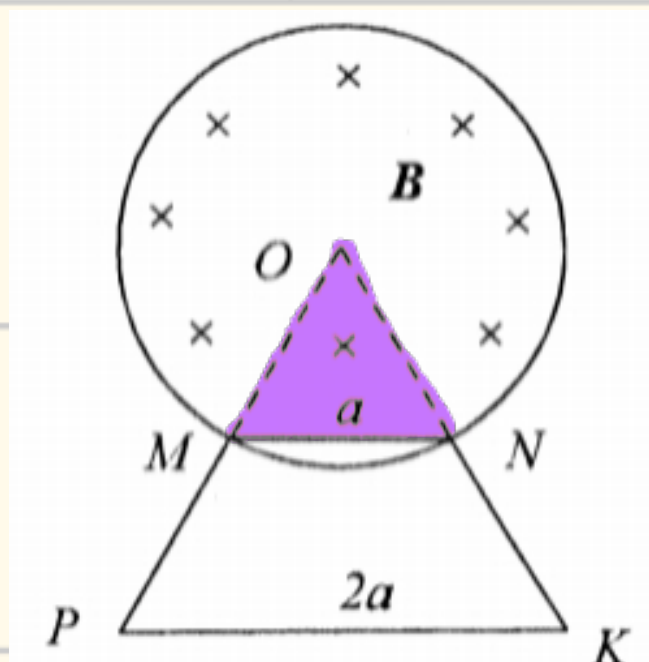
转为求直线 cd 的电动势

$$E = \int_{a-b}^{a+b} v \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx$$

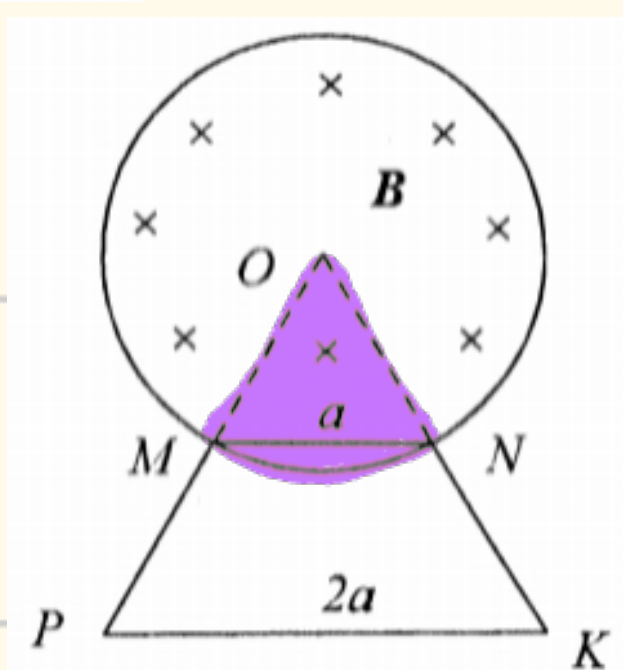
3.如图 8-2-5 所示, 半径为 a 的圆柱形区域内, 有随时间变化的均匀磁场 $\left(\frac{dB}{dt} = c\right)$, 将一个等腰梯形导线框 $MNPK$ 放入磁场, 如图所示, 导线框所在平面垂直于圆柱形磁场的中轴线。若梯形导线框上底长为 a , 下底长为 $2a$, 总电阻为 R , 则 MN 段的感生电动势为_____, PK 段的感生电动势为_____, PM 段的感生电动势为_____。

径向段, 总没有感应电动势

构造虚拟回路: $OMNO$, 回路中感应电动势集中在 MN



$OPKO$, 集中在 PK 段



附:

无限长直导线中垂线

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}$$

均匀带电圆环轴线

$$E = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

均匀带电圆盘轴线

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

$$\varphi = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}(\sqrt{x^2+R^2} - x)$$

无限大带电平面

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

电偶极子

$$\text{力矩 } \vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$A = -\int_{\theta}^0 M d\theta$$

$$\text{电势 } \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p \cos\theta}{r^2}$$

$$\text{电场 } E = -\nabla\varphi$$

场强通量

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S}$$

电势

$$\varphi = \int_a^{+\infty} \vec{E} d\vec{r}$$

孤立导体球电容

$$C = \frac{Q}{\varphi} = 4\pi\epsilon_0 R$$

平行板电容

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

圆柱形电容

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

两平行直导线电容

$$C = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{d}{R}}$$

电容串并联

$$\text{串联 } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\text{并联 } C = C_1 + C_2$$

高斯定理

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = \sum q$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E}, \epsilon_r = 1 + \chi_e$$

$$(\text{自由}) \text{电荷面密度 } \sigma = D = \epsilon_0 \epsilon_r E$$

极化规律

$$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\text{束缚电荷面密度 } \sigma' = \vec{P} \cdot \vec{e}_n$$

电流

欧姆定律

$$I = \int_S \vec{j} dS = nq\vec{u}S, \vec{j} = nq\vec{u}$$

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

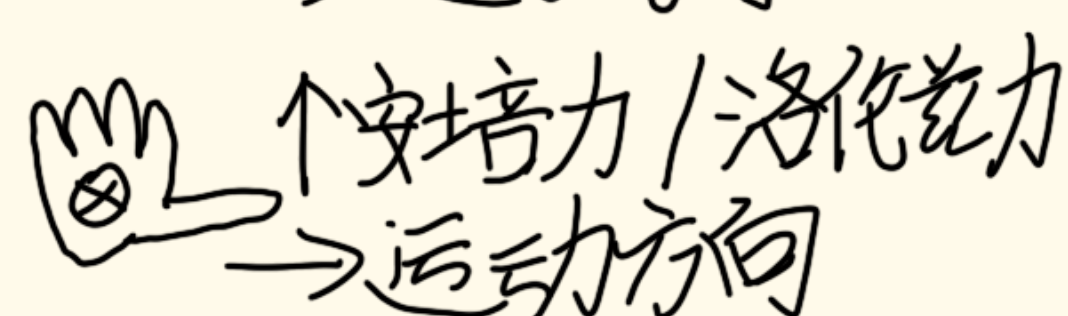
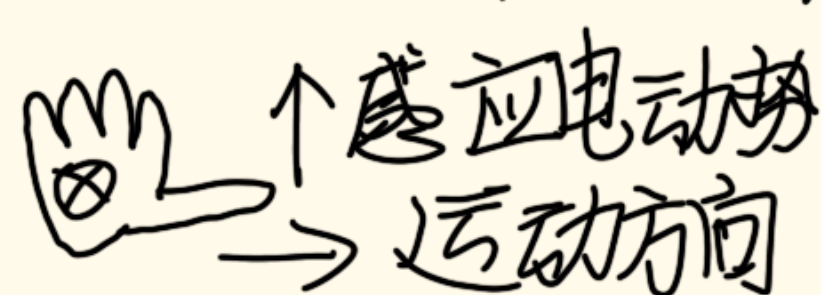
$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \gamma = \frac{1}{\rho}$$

当 $a \rightarrow b$ 与电流方向一致,

$$\varphi_b = \varphi_a - \sum IR + \sum \mathcal{E}$$

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \sum IR - \sum \mathcal{E}$$

I, F 的方向



毕-萨定律

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

载流直导线

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

$$\text{无限长 } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{无限长圆柱体、圆柱面}) \\ (\text{外部、直导线})$$

$$\text{两平行电流 } F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$

载流圆线圈中心

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

无限长载流直螺线管

$$B = \mu_0 n I$$

无限长密绕螺绕环

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2\pi r}$$

无限大载流平面

$$B = \frac{\mu_0 j}{2}$$

安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I_t = \mu_0 \int_S (\vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum I, \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

安培力

$$F = \int_L I \vec{B} \times d\vec{l}$$

$$\text{载流线圈 } \vec{m} = IS \cdot \vec{e}_n$$

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$$

洛伦兹力

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

轨道半径 $R = \frac{mv}{Bq}$

$$T = \frac{2\pi m}{Bq}$$

霍尔电压

$$U_H = k \cdot \frac{IB}{d}, k = \frac{1}{nq}$$

磁化强度

$$\vec{M} = \frac{\chi_r - 1}{\mu_0 \chi_r} \vec{B}$$

束缚电流密度 $\vec{j} = \vec{M} \times \vec{e}_n$

法拉第电磁感应定律

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$q = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\mathcal{E}}{R} dt = \frac{1}{R} (\Phi_1 - \Phi_2)$$

动生电动势

$$\mathcal{E} = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

感生电动势

$$\mathcal{E} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

自感、互感

$$\Phi = LI \quad \Phi = MI$$

螺线管 $L = \mu_0 n^2 V$

$$M = \mu_0 n_1 n_2 \cdot \min\{V_1, V_2\}$$

静电能

$$W = \frac{1}{2} \int_q \varphi dq = \int_V w_e dV, w_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

电容器 $W = \frac{1}{2} CV^2$

磁能

$$W = \frac{1}{2} LI^2 = \int_V w_m dV, w_m = \frac{1}{2} \mu H^2$$